توابع و خواص آنها — سیده اکرا هاشمی — ۲۰۶ کلاس دهم دخترانه A — مهندس عطار

۲۰

۱) ۴

$x^2 - ax + b$ $\quad 1 < x < 3$ $\quad (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$

مجموعه منفی ـ مقادیر گرفته ـ منفی

$a + b = ?$ $\quad 3 + 4 = \boxed{7}$

$-a = 4$

$b = 3$

۲) ۴

$y = ((k-2)x + m - 1)(x - 3n)^2$

$-3n = 1 \rightarrow \boxed{n = -\frac{1}{3}}$

$\frac{m}{n} + k = ?$

$y = (x+1)^2(x-4)$

x		-1		4	
P	$+$	0	$+$	0	$-$

$\frac{5}{-\frac{1}{3}} + 1 = \boxed{-14}$

$-15 + 1$

$k - 2 < 0 \rightarrow k < 2 \xrightarrow{\text{با عدد طبیعی}} \boxed{k = 1}$

$-1(4) + m - 1 = 0 \rightarrow \boxed{m = 5}$

۳) ۴

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$ → بالای خط در بازه‌ی (a, b)

$b - a = ?$

$5 - (-1) = \boxed{6}$

$-\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{6}{1} - \frac{7}{2} > 0 \rightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2}$

$-x^2 + 4x + 5 = 0 \rightarrow x = -1$

$\rightarrow x = -\frac{c}{a} = 5$

$(-1, 5)$

	-1		5	
$-$	0	$+$	0	$-$

۴) ۴

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 \quad x > 0$ $\quad f(2) = ? \longrightarrow 8 - 3(4) - 2 + 3 = \boxed{-3}$

$(1, 3)$ ← نقطه‌ی میانی $= 2$

پایین محور x ها

$x^3 - 3x^2 - x + 3 < 0$

$x^2(x-3) - (x-3)$

$(x-3)(x^2-1) < 0$

$x = 3$, $\quad \pm 1$

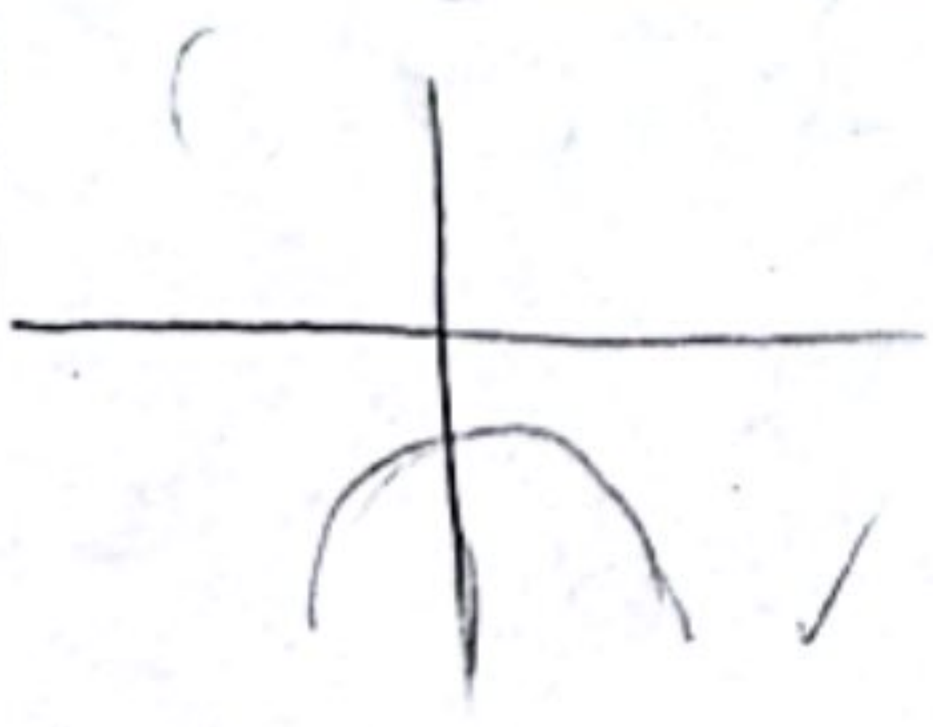
	-1		$+1$		3	
$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$x > 0$

۵) ۴

$(a-1)x^2 + (a-1)x + 1 < 0$

همیشه



	1		5	
$+$		$-$		$+$

$\Delta < 0 \rightarrow (a-1)^2 - 4(a-1)(1) < 0 \rightarrow (a-1)(a-5) < 0 \rightarrow (1, 5)$

$a < 0 \longrightarrow a - 1 < 0 \rightarrow a < 1$

$\cap$ اشتراک نمی‌گیریم به ازای هیچ مقداری

۶

$$\frac{m(m^3+m)}{m-2} > 0 \quad m(m(m^2+1)) \quad m=0,\ m=2$$

$$(2, +\infty)$$

گزینه ۲

۷

$$\frac{(x^2-x-6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3} \le 0$$

$(x-3)(x+2)$ → 3 , -2 ؛ $(x-1)^2$ → ریشه مضاعف $+1$ ؛ $(2-x)^3$ → 2 ؛ x^2+x+1 : $\Delta<0$ ریشه ندارد

$$[-2, 2) \cup [3, +\infty)$$

گزینه ۲

۸

$$f(x) = \frac{3x^2-2x}{x^2+4}$$

پایین تر از خط $y=2$ باشد → $f(x) < 2$

$$\frac{3x^2-2x}{x^2+4} < 2 \;\rightarrow\; \frac{3x^2-2x-2(x^2+4)}{x^2+4} \;\rightarrow\; \frac{x^2-2x-8}{x^2+4} < 0$$

x^2+4 همواره مثبت ؛ $(x-4)(x+2)$ → 4 , -2

بازه (a,b) ← $(-2, 4)$

$$b-a = 4-(-2) = 6$$

گزینه ۳

۹

$$-1 < \frac{3x^2-4x}{x+1} < 0$$

$$\frac{3x^2-4x}{x+1} < 0 \quad x(3x-4) \rightarrow 0,\ \tfrac{4}{3} \quad x+1 \rightarrow -1$$

$$(-\infty, -1) \cup \left(0, \tfrac{4}{3}\right)$$

$$0 < \frac{3x^2-4x}{x+1} + \frac{x+1}{x+1} \rightarrow \frac{3x^2-3x+1}{x+1} > 0 \quad (-1, +\infty)$$

$\Delta<0$ ریشه ندارد ؛ $x+1 \rightarrow -1$

$$\cap = \left(0, \tfrac{4}{3}\right)$$

گزینه ۲

$$\frac{x^2-1}{x} < 2$$

$$\rightarrow \frac{x^2-1-2x}{x} < 0 \quad \rightarrow \frac{(x-1)(x+1)}{x} < 0$$

$$\begin{array}{c|ccccccc} & -1 & & 0 & & 1 & \\ \hline + & \| & - & \| & + & \| & - \end{array}$$

$$(-\infty, -1] \cup (0, 1]$$

(b)