ریاضی دهم دختر A

۱- $f(۱)=۰$, $f(۳)=۰$ $\to (x-۱)(x-۳)=x^۲-۳x-x+۳=x^۲-۴x+۳$

۱   ۳
+ ○ − ○ +

$a=۴ \quad b=۳ \to a+b=۷$

۲- $(k-۲)۴+m-۱=۰ \to ۴k-۹+m=۰ \to m=۹-۴k$

$y=(k-۲)\,(x-۴)\,(x+۱)^۲$

منفی ← $(k-۲)$ ، $x>۴$ + ← $(x-۴)$ ، همیشه + ← $(x+۱)^۲$

* اگر عددی بزرگتر از ۴ بگذاریم $(x+۱)^۲$ که همیشه + است $x-۴$ هم + پس ضریب $x-۴$ یا همان $k-۲$ − است و k عددی طبیعی پس فقط $k=۱$ صدق می‌کند

$m=۹-۴=۵$ و $(x-۳n)^۲=(x+۱)^۲ \to n=\frac{-۱}{۳}$

$\to \frac{m}{n}+k \to \frac{۵}{-\frac{۱}{۳}}+۱=-۱۵+۱=-۱۴$

۳- $\frac{-۱}{۲}x^۲+۲x+۶>\frac{۷}{۲} \to -\frac{۱}{۲}x^۲+۲x+۶-۳٫۵>۰ \to -\frac{۱}{۲}x^۲+۲x+۲٫۵>۰$

$\xrightarrow{\times -۲} x^۲-۴x-۵<۰ \to (x-۵)(x+۱)=۰ \to x=۵ , x=-۱ \to -۱<x<-۵$

$b-a=۵-(-۱)=۶$

۴- $x^۳-۳x^۲-x+۳=۰ \xrightarrow{\text{فاکتور}} x^۲(x-۳)-۱(x-۳)=۰$

$\to (x-۳)(x^۲-۱)=(x-۳)(x+۱)(x-۱)$

-۱   ۱   ۳
− | + | − | +

$\to$ بازه هایی که $f(x)$ منفی می‌شود و $x>۰$ $(۱,۳) \to$ میانی $=\frac{۱+۳}{۲}=۲$

جواب $\to (۲)^۳-۳(۴)-۲+۳=\boxed{-۳}$

۵- $f(x)=(a-۱)x^۲+(a-۱)x+۱ \to \Delta<۰$ و ضریب $x^۲$ منفی

$a-۱<۰ \to a<۱$ ① $(a-۱)^۲-۴(a-۱)(۱)<۰ \to (a-۱)(a-۵)<۰$

۱   ۵
+ ○ − ○ + ②

①∩② $\to \varnothing$

۶-

$$\frac{\overset{۰}{m}(\overset{۰}{m^{۳}+m})}{\underset{۲}{m-۲}} > ۰$$

	*			
	۰		۲	
−	۰	−	ت‌ن	+

$m > ۲$

۷-

$$\frac{(x^{۲}-x-۶)(x-۱)^{۲}}{(x^{۲}+x+۱)(۲-x)^{۳}} \leqslant ۰ \rightarrow \frac{(\overset{۳}{x-۳})(\overset{-۲}{x+۲})(\overset{۱}{x-۱})^{۲}}{\underbrace{(x^{۲}+x+۱)}_{(a>۰\ ,\ \Delta<۰)\ \text{همیشه}\ \oplus}(۲-x)^{۳}} \leqslant ۰$$

			*					
	-۲		۱		۲		۳	
+	۰	−	۰	−	ت‌ن	+	۰	−

مجموعه جواب $\rightarrow [-۲,۲) \cup [۳,+\infty)$

۸-

$$\frac{۳x^{۲}-۲x}{x^{۲}+۴} < ۲ \longrightarrow \frac{۳x^{۲}-۲x}{x^{۲}+۴} - ۲ < ۰ \longrightarrow \frac{۳x^{۲}-۲x-۲x^{۲}-۸}{x^{۲}+۴} < ۰$$

$$\rightarrow \frac{x^{۲}-۲x-۸}{x^{۲}+۴} < ۰ \longrightarrow x^{۲}-۲x-۸ < ۰ \rightarrow \underset{\boxed{۴}}{(x-۴)}\underset{\boxed{-۲}}{(x+۲)} < ۰$$

	-۲		۴	
+	۰	−	۰	+

$(a,b) = (-۲,۴)$

$b-a = ۶$

۹-

$$\overset{①}{-۱ <} \overset{②}{\frac{۳x^{۲}-۴x}{x+۱} < ۰}$$

$$۰ < \frac{۳x^{۲}-۴x}{x+۱} + ۱ \rightarrow \frac{\overbrace{۳x^{۲}-۴x+x+۱}^{۳x^{۲}-۳x+۱ \rightarrow \text{همیشه}\ \oplus}}{x+۱} > ۰$$

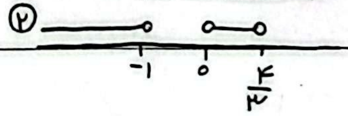
	-۱	
−	ت‌ن	+

$(-۱,+\infty)$ ①

$$\frac{\overset{\rightarrow x(۳x-۴)}{۳x^{۲}-۴x}}{x+۱} < ۰$$

	-۱		۰		$\frac{۴}{۳}$	
−	ت‌ن	+	۰	−	۰	+

$\rightarrow (-\infty,-۱) \cup (۰,\frac{۴}{۳})$ ②



$① \cap ② \rightarrow (۰,\frac{۴}{۳})$

۱۰-

$$\frac{x^{۲}-۱۰}{x} - ۳ \leqslant ۰ \longrightarrow \frac{\overset{(x-۵)(x+۲)}{x^{۲}-۳x-۱۰}}{x} \leqslant ۰$$

	-۲		۰		۵	
−	۰	+	ت‌ن	−	۰	+

$\longrightarrow (-\infty,-۲] \cup (۰,۵]$