

۱۴، ۱۳، ۱۲

« بنام خدا »

برای کل عددی

۱) عبارت $x^2 - ax + b$ در فاصله $1 < x < 3$ همواره مثبتی در برای مقادیر دیگر a نامثبتی است. حاصل a, b

۳، باید ریشه های عبارت باشد.

چون در ریشه های غیر صاف $x=1 \rightarrow 1-a+b=0 \rightarrow a-b=1 \rightarrow b=a-1$

تغییر علامت می دهد $x=3 \rightarrow 9-3a+b=0 \rightarrow 9-3a+a-1=0 \rightarrow 8=2a$

$a=4 \rightarrow b=a-1=4-1=3 \rightarrow a+b=4+3=7$ (۷)

۲) اگر جدول مقابل مربوط به عبارت $y = ((k-2)x + m - 1)(x - 2n)^2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{m}{n} + k$ را بیابید. (k عددی طبیعی است.)

x		-1^*	4	
p		$+$	$+$	$-$

$k-2 < 0 \rightarrow k < 2, k \in \mathbb{N} \rightarrow k=1$
 $4 \rightarrow (k-2) \times 4 + m - 1 = 0 \rightarrow 4k + m - 9 = 0 \rightarrow m = 9 - 4 = 5$
 $\frac{m}{n} + k = \frac{5}{\frac{1}{3}} + 1 = 15 + 1 = 16$ (۱۶)
 $1 - 2n = 0 \rightarrow n = \frac{1}{2}$

۳) حداکثر تابع $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$ در بازه (a, b) بزرگتر از $\frac{7}{2}$ است. بیشترین مقدار a, b

$-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 > \frac{7}{2} \rightarrow -x^2 + 4x + 12 > 7 \rightarrow x^2 - 4x - 5 < 0 \rightarrow (x-5)(x+1) < 0$

	-1	5	
	$+$	$-$	$+$
ϵ			

$\rightarrow x \in (-1, 5) \quad \max(b-a) = 5 - (-1) = 6$ (۶)

بزرگترین بازه ای که مقدار f در $(f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3)$ پایین محورها قرار دارد، بازه (a, b) است. مقدار f به انلی نقطه میانی بازه (a, b) بیابید.

$x^3 - 3x^2 - x + 3 < 0 \rightarrow (x-1)(x+1)(x-3) < 0$

	-1	1	3	
	$-$	$+$	$-$	$+$
ϵ				

نقطه میانی: $x=2$
 $f(2) = 8 - 12 - 2 + 3 = -3$ (۳)

۴) اگر عبارت $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ به انلی هر مقدار x مثبتی باشد، a به چه مجموعه ای تعلق دارد؟

① $\Delta < 0 \rightarrow (a-1)^2 - 4a + 4 < 0 \rightarrow a^2 - 6a + 5 < 0 \rightarrow (a-5)(a-1) < 0$

	1	5	
	$+$	$-$	$+$
ϵ			

$\rightarrow a \in (1, 5)$

4) عدد m برای آنکه عبارت $\frac{m(m^2+m)}{m-2}$ همواره مثبت باشد باید $\Delta < 0$

$$\frac{m(m^2+m)}{m-2} = \frac{m^2(m^2+1)}{m-2}$$

* 2

$m \in (2, +\infty)$

همواره برقرار باشد

5) مجموعه جواب نامعادله $\frac{(\alpha^2-\alpha-4)(\alpha-1)^2}{(\alpha^2+\alpha+1)(2-\alpha)^2}$ باید

$$\frac{(\alpha-3)(\alpha+2)(\alpha-1)^2}{(\alpha^2+\alpha+1)(2-\alpha)^2}$$

-2 1* 2 3

$\alpha \in [-2, 2) \cup [3, +\infty)$

$\Delta < 0$

6) نزدیک تابع با ضرایب $f(x) = \frac{3x^2-2x}{x^2+4}$ (با a, b) پایین تر از خط $y=2$ است \max برای

$$\frac{3x^2-2x}{x^2+4} < 2 \rightarrow \frac{3x^2-2x}{x^2+4} - 2 < 0 \rightarrow \frac{3x^2-2x-2x^2-8}{x^2+4} < 0 \rightarrow \frac{(x-4)(x+2)}{x^2+4} < 0$$

-2 4

$x \in (-2, 4) \rightarrow \max(b, a) = f(-2) = 9$

7) مجموعه جواب نامعادله $\frac{3x^2-4x}{x+1} < -1$ باید تمام / طرفت حاصل اشتراک $x \in (0, \frac{4}{3})$

$$\textcircled{1} \frac{3x^2-4x}{x+1} < 0 \rightarrow \frac{x(3x-4)}{x+1} < 0$$

-1 4/3

$x \in (-\infty, -1) \cup (0, \frac{4}{3})$

$\Delta = 9 - 16 < 0$

$$\textcircled{2} \frac{3x^2-4x}{x+1} + 1 > 0 \rightarrow \frac{3x^2-4x+1}{x+1} > 0$$

-1

$x \in (-1, +\infty)$

8) عدد a و b و c که $\frac{x^2-1}{x} < 3$ باید

$$\frac{x^2-1}{x} - 3 < 0 \rightarrow \frac{x^2-3x-1}{x} < 0 \rightarrow \frac{(x-\delta)(x+2)}{x} < 0$$

-2 delta

$x \in (-\infty, -2] \cup (0, \delta]$