۱۹/۱۵

۱- (۲) x^2-ax+b , $1<x<3$ → همدیگر را قطع می‌کنند , $a+b=?$

$x^2-ax+b=0 \to 9-3a+b=0 \to -3a+b=-9$

$\to 1-a+b=0 \to (-a+b=-1)\times 3 \to 3a-3b=3$

$-2b=-4 \to b=2$, $a=5$

$a+b=3+4=7$

این مسئله ضعف اصلی دارد حل درست در پاسین سوال ۵

۲- (۱/۵) $y=((k-2)x+m-1)(x-3n)^2$, $\frac{m}{n}+k=?$, $n\in IN$

$x-3n=0 \to -3n=1$, $n=\frac{-1}{3}$

x	-1		4	
P	$+$	$+$	0	$-$

$(k-2)x+m-1=0$ جواب مضاعف

$f(k-2)+m-1=0 \to 4k+m=9$

$(k-2)x+m-1=x-4$ جواب مضاعف

$k-2=1 \to k=3$

$m-1=4 \to m=-3$

$a(k+m)-11<0 \to k-3<0 \to k<3$, $k=1, m=3$ ∈IN

$\frac{m}{n}+k=\frac{-3}{\frac{-1}{3}}+3=12$

$\frac{a}{-1}+1=-12$ ضلع تقسیم علامت

۳- (۲) $y=\frac{-1}{2}x^2+2x+4$, $(a,b)>\frac{7}{2}$, $b-a=?$

$\frac{-1}{2}x^2+2x+4>\frac{7}{2} \to \frac{-1}{2}x^2+2x+\frac{1}{2}>0$

$\Delta=4-4(\frac{-1}{2})(\frac{1}{2})=9 \to x=\frac{-2\pm 3}{-1}$, $x=-1,5$

	-1		5	
	$-$	$+$	0	$-$

$(-1,5) \to b-a=5-(-1)=6$

۴- (۳) $f(x)=x^3-3x^2-x+3$, $x>0$ (بیشترین) → (a,b) → بازه‌ای که تابع f در آن صعودی است

$x(x^2-1)-3(x^2-1) \to (x-1)(x+1)(x-3)$

	-1		1		3	
	$-$	$+$	0	$-$	0	$+$

$\to (a,b)=(1,3)$, تقعر پایین , $\frac{1+3}{2}=2$

$f(2)=8-12-2+3=-3$ ، $(\frac{1}{2-1})(\frac{3}{2+1})(\frac{-1}{2-3})=-3$ ضابطه

۵- $(a-1)x^2+(a-1)x+1$ همواره مثبت , $a=?$

$\begin{cases}\Delta<0\\ a>0\end{cases} \Rightarrow a-1<0 \to a<1$

$\Delta: a^2-2a+1-4a+4>0 \to a^2-6a+5<0 \to (a-1)(a-5)<0$

	1		5
	$+$	0	$-$

$A(1,5)$, $a\in\emptyset$ ⟸ اشتراک دو مجموعه تهی است

۶- $\frac{m(m^3+m)}{m-2}$ همواره مثبت

$m^2(m^2+1)>0$ همواره مثبت , $m-2>0$

	0		2
	$-$	0	$+$

$(2,+\infty)$, $m>2$

۷- $\frac{(x^2-x-4)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3}\le 0$

$(x^2+x+1)(2-x)^3$ همواره مثبت

$(x-4)(x+2)(x-1)^2(2-x)^3<0$

	-2		1		2		4
	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

$D_f=[-2,2)\cup[4,+\infty)$

۸- $f(x)=\frac{3x^2-2x}{x^2+4}$, (a,b) , $y=2$, $\max(b-a)=?$

$\frac{3x^2-2x}{x^2+4}<2 \to \frac{3x^2-2x}{x^2+4}-2<0 \to \frac{x^2-2x-8}{x^2+4}<0$

$\frac{(x-4)(x+2)}{x^2+4}<0$ همواره مثبت

	-2		4
	$+$	0	$-$

$(a,b)=(-2,4)$, $b-a=4-(-2)=6$

۹-

$$-1 < \frac{3x^2-4x}{x+1} < 0$$

۱) $\frac{3x^2-4x}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{x(3x-4)}{x+1} < 0$

	-1	0	$\frac{4}{3}$
x	−	+	−
$x+1$	−	+	+

$\Rightarrow (-\infty, -1) \cup (0, \frac{4}{3})$

۲) $-1 < \frac{3x^2-4x}{x+1} \rightarrow \frac{3x^2-4x}{x+1} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{3x^2-x+1}{x+1} > 0$

حمداره مثبت

	-1	
$x+1$	−	+

$(-1, +\infty)$

$\Rightarrow (0, \frac{4}{3})$

۵-

$$\frac{x^2-10}{x} \leq 3 \rightarrow \frac{x^2-10}{x} - 3 \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2-3x-10}{x} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x-5)(x+2)}{x} \leq 0$$

	-2	0	5
$x-5$	−	−	+
$x+2$	−	+	+
x	−	+	+

$\Rightarrow (-\infty, -2] \cup (0, 5]$

سوال ۲- $n=4$ رتبه عبارت $(k-2)n+m-1$

حسب این عبارت باید صفر باشد

$4k+m-9=0$

$k-2<0 \rightarrow k<2$ صفر $\rightarrow k=1$

$k=1 \rightarrow m=5$

$\frac{n}{n}+k = \frac{5}{-\frac{1}{4}}+1 = -19$