دهم ریاضی A — تکلیف شماره ۲۲ — فاطمه اسدی

۱- x^2-ax+b ، $1<x<3$ ← همواره منفی ، $a+b=?$

$$\begin{array}{c|ccccc} & & 1 & & 3 & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$x^2-ax+b=0 \to 9-3a+b=0 \to -3a+b=-9$

$\to 1-a+b=0 \to (-a+b=-1)\times 3 \to 3a-3b=3$

$-2b=-6 \to b=3$, $a=4$

$a+b=3+4=7$

۲- $y=\big((k-2)x+m-1\big)(x-3n)^2$ ، $k \in \mathbb{N}$ ، $\frac{m}{n}+k=?$

ریشه مضاعف

x		-1		4	
P	$+$	0	$+$	0	$-$

$x-3n=0 \to -3n=1$ ← $n=-\frac{1}{3}$

جواب اول: $(k-2)x+m-1=0$

$4(k-2)+m-1=0 \to 4k+m=9$

ضد تعیین علامت: $5|k-2|+m-11<0 \to k-2<0 \to k<2 \xrightarrow{\in \mathbb{N}} k=1, m=5 \Rightarrow \frac{5}{-\frac{1}{3}}+1=-14$

جواب ۲: $(k-2)x+m-1=x-4$ $\begin{cases} k-2=1 \to k=3 \\ m-1=-4 \to m=-3 \end{cases}$

$\frac{m}{n}+k=\frac{-3}{-\frac{1}{3}}+3=12$

۳- $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$ ، $(a,b)>\frac{7}{2}$ ، $b-a=?$

$-\frac{1}{2}x^2+2x+6>\frac{7}{2} \to -\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}>0$

$\Delta=4-4(\frac{5}{2})(-\frac{1}{2})=9 \to x=\frac{-2\pm3}{-1} \to x=-1, 5$

$$\begin{array}{ccccc} & -1 & & 5 & \\ \hline - & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

$(-1,5) \to b-a=5-(-1)=\boxed{6}$

۴- $f(x)=x^3-3x^2-x+3$ ، $x>0$ (پایین‌تر محور x) ← (a,b) ← تعداد x های دارای نقطه میانی (a,b) f

$x(x^2-1)-3(x^2-1) \to (x-1)(x+1)(x-3)$ ← 1 ، -1 ، 3

$$\begin{array}{ccccccc} & -1 & & 1 & & 3 & \\ \hline - & 0 & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$\to (a,b)=(1,3)$ ← تنصیف ← $\frac{1+3}{2}=2$

$f(2)=8-12-2+3=-3$ یا $(2-1)(2+1)(2-3)=-3$

← جایگذاری

۵- $(a-1)x^2+(a-1)x+1$ ← همواره منفی ، $a=?$

$\begin{cases} \Delta<0 \\ a<0 \end{cases} \Rightarrow a-1<0 \to a<1$

$\Delta=a^2-2a+1-4a+4 = a^2-6a+5<0 \to (a-1)(a-5)<0$ ← 1 ، 5

$(1,5)$

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & & 5 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$a\in\varnothing$ ⇐ اشتراک دو مجموعه تهی است

۶- $\frac{m(m^3+m)}{m-2}$ ← همواره مثبت ← $\frac{m^2(m^2+1)}{m-2}$ ← همواره مثبت ، 0* ، 2

$$\begin{array}{ccccc} & 0^* & & 2 & \\ \hline - & 0 & - & \text{ت.ن} & + \end{array}$$

$(2,+\infty)$

$m>2$

۷- $\frac{(x^2-x-6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3}\le 0$

$(x-3)(x+2)(x-1)^2$ ← 3 ، -2 ، 1*

(x^2+x+1) ← همواره مثبت ، $(2-x)^3$ ← 2

$$\begin{array}{ccccccccc} & -2 & & 1^* & & 2 & & 3 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & - & \text{ت.ن} & + & 0 & - \end{array}$$

$D=[-2,2)\cup[3,+\infty)$

۸- $f(x)=\frac{3x^2-2x}{x^2+4}$ ، (a,b) ، $y=2$ ، $\max(b-a)=?$

$\frac{3x^2-2x}{x^2+4}<2 \to \frac{3x^2-2x}{x^2+4}-2<0$ ← $\frac{-2x^2-8}{x^2+4}$ ← $\frac{x^2-2x-8}{x^2+4}<0$ ← $\frac{(x-4)(x+2)}{x^2+4}<0$ ← x^2+4 همواره مثبت ، 4 ، -2

$$\begin{array}{ccccc} & -2 & & 4 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$(a,b)=(-2,4)$

$b-a=4-(-2)=6$

۹- $-1 < \frac{3x^2-4x}{x+1} < 0$

۱) $\frac{3x^2-4x}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{0 = x(3x-4)}{x+1} < 0$ $-1 \quad 0 \quad \frac{4}{3}$ $\Rightarrow (-\infty, -1) \cup (0, \frac{4}{3})$

۲) $-1 < \frac{3x^2-4x}{x+1} \rightarrow \frac{3x^2-4x}{x+1} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{3x^2-3x+1}{x+1} > 0$ همواره مثبت -1 $(-1, +\infty)$

$\Rightarrow (0, \frac{4}{3})$

$\frac{x^2-10}{x} \le 3 \rightarrow \frac{x^2-10}{x} - 3 \le 0 \quad \frac{x^2-3x-10}{x} \le 0 \quad \frac{(x-5)(x+2)}{x} \le 0$ $-2 \quad 0 \quad 5$ -۱۰

$\Rightarrow (-\infty, -2] \cup (0, 5]$