①

الف) $(9, x+2y)$ ، $(3x-y, -4)$ ← $9 = 3x - y$ ← $18 = 6x - 2y$

$-4 = x + 2y$

$-2 = 2 + 2y$ ← $-6 = 2y$ ← $y = -3$

$-3 = x + 2y$ ← $-3 = x - 6$ ← $x = 3$

$\frac{x}{y} = \frac{3}{-3} = -1$

ب) $(-3, -1)$ ، $(\frac{1}{y} - \frac{5}{x}, \frac{1}{x} - \frac{7}{y})$

$\frac{1}{x} - \frac{5}{y} = -1$ ← $(\frac{5}{x} - \frac{5}{y} = -5)$ ← $-5 = \frac{5}{x} - \frac{5}{y}$

$\frac{7}{y} - \frac{5}{x} = -3$

$\frac{1}{x} - \frac{5}{y} = -1$

$-10 = \frac{5}{x}$ ← $x = -\frac{1}{2}$

$y = -1$ ← $\frac{2}{y} = -2$

$\frac{x}{y} = \frac{-\frac{1}{2}}{-1} = \frac{1}{2}$

②

$\{(2,b)(-2,1), (-1,-2), (1,-2), (-2,-6)\}$

$a + 1 = -2$ ← $a = -3$

$f(1) = -2$

$f(a) = f(-3) = 2(-3) - 3 = -9$

$f(a) + 2f(2) = 3f(1)$ ← $-9 + 2f(2) = -6$

$2f(2) = 3$

$f(2) = 3$ ← $b = 3$

③

$m^2 - 3m = -2$ ← $m^2 - 3m + 2 = 0$ ← $(m-1)(m-2) = 0$

$m = 1$

$m = 2$

پس به ازای هیچ مقداری

با $m = 2$ ← $m + 1 = 2 + 1 = 3$ ← $(3,5), (3,6)$ ← تابع نیست

با $m = 1$ ← $m + 1 = 1 + 1 = 2$ ← $(2,3), (2,6)$ ← تابع نیست

④

الف) تابع نیست

در بیش از یک نقطه قطع شده

ب) ✓ تابع است

ج) تابع نیست

در دو نقطه قطع شده

د) ✓ تابع است

⑤

الف) $y = \sqrt{x+1}$

$y_1 = -\sqrt{x+1}$ ← تعریف ریاضی

$y_2 = \sqrt{x+1}$

✓ تابع است $y_2 = y_1$

ب) $x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$ ← ضابطه تابع ← $x = 1$ ← $\frac{y}{\sqrt{1-y^2}} = 1$ ← $\left(\sqrt{1-y^2}\right)^2 = (y)^2$ ← $y^2 = 1 - y^2$

تابع نیست $y = \pm 1$ ← $y^4 = 1$

⑥

الف) $x = |y|$ $\xrightarrow{\text{مثال نقض}}$ $|y| = 1 \rightarrow y = \pm 1$ تابع نیست

ب) $y^3 + 3y^2 + 3y + x^3 + x = 0$ $\xrightarrow{\text{تعریف ریاضی}}$ دو طرف معادله ۱+

$$\begin{cases} y_1^3 + 3y_1^2 + 3y_1 + x_1^3 + x_1 = 0 \\ y_2^3 + 3y_2^2 + 3y_2 + x_2^3 + x_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (y_1)^3 + 3(y_1)^2 + 3(y_1) = -x_1^3 - x_1 \\ (y_2)^3 + 3(y_2)^2 + 3(y_2) = -x_2^3 - x_2 \end{cases}$$

$$(y_1 + 1)^3 = (y_2 + 1)^3$$

$y_1 = y_2 \rightarrow y_1 + 1 = y_2 + 1 \rightarrow$ تابع است ✓

⑦

$$\frac{(\sqrt{3}-2)^2 + 4(\sqrt{3}-2) + 8}{(\sqrt{3}-2)^2 + 4(\sqrt{3}-2) + 7} = \frac{3 + 4 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 8 + 8}{3 + 4 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 8 + 7} = \frac{-1+8}{-1+7} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

⑧

$y = 3x - a \rightarrow -4 = 3(-1) - a \rightarrow -4 = -3 + a \rightarrow a = -1$

$f(-1) = (-1)^3 - a + b = -4 \rightarrow -1 - (+1) + b = -4 \rightarrow b = -2$

$f(x) = x^3 + x - 2 \quad x^3 + x - 2 = 3x - 1 \rightarrow x^3 - 2x - 1 = 0$

$y = 3x - 1$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x - 1 & x + 1 \\ \hline -x^3 - x^2 & x^2 - x - 1 \\ \hline -x^2 - 2x - 1 & \\ -x^2 - x & \\ \hline -x - 1 & \end{array}$$

$(x+1)(x^2 - x - 1) \rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{-(-1)}{2} = \frac{1}{2}$

⑨ در تابع ثابت به ازای هر x خروجی ثابتی بدست می‌آید.

$$a + b = 2a \rightarrow b = a$$

$$2a = a - 2b + 1 \rightarrow 2a = a - 2(a) + 1 \rightarrow 2a = a - 2a + 1 \rightarrow 2a = -a + 1$$
$$3a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{3}$$

⑩

برد = دامنه

$$f(x) = \frac{4x^2 - ax + c + 1}{bx + 2} = x \rightarrow 4x^2 - ax + c + 1 = bx^2 + 2x$$

$$b = 4 \quad a = -3 \quad c = -1$$

$$a + b + c = 4 - 3 - 1 = 0$$