علیاعرب

(۱) الف) $(9, x+2y), (3x-y, -4)$

$\times 2 \begin{cases} 3x - y = 9 \\ x + 2y = -4 \end{cases} \Rightarrow 7x = 14,\quad x = 2$

$2 + 2y = -4,\quad 2y = -6,\quad y = -3$

$\boxed{\dfrac{x}{y} = -\dfrac{2}{3}}$

ب) $(-1, -3), \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y}, \dfrac{5}{x} - \dfrac{7}{y}\right)$

$\dfrac{y-x}{xy} \qquad \dfrac{5y-7x}{xy}$

$\dfrac{y-x}{xy} = -1 \quad \times -5 \quad \begin{cases} y - x = -xy \\ 5y - 7x = -3xy \end{cases}$

$\dfrac{5y-7x}{xy} = -3$

$-2x = 2xy$

$y = -1$

$-1 - x = -xy$

$-1 = x + xy$

$-1 = +2x \quad x = -\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{x}{y} = \dfrac{-\frac{1}{2}}{-1} = \dfrac{1}{2}$

(۲) $f(a) + 2f(2) = 3f(1)$

$2a + b - 6 + 2b = -6$

$2b = 0$

$b = 0$

$a + b = -3$

$a = -3$

(۳) $f = \{(-1, m^2 - 3m), (3, 5), (-1, -2), (m+1, 6), (3, 4), (m^2 + 2 + 4m + 1)\}$

$m^2 - 3m = -2 \Rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \quad (m-2)(m-1) = 0$

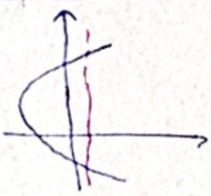
$m = 2 \qquad m = 1$

غ‌ق‌ق چون در رابطه‌ی $m+1$ ⇐ پیش ۳ و y باید ۵ باشد ولی ۶ است

غ‌ق‌ق چون در رابطه‌ی $m+1$ ⇐ پیش ۳ و y باید ۴ باشد ولی ۶ است

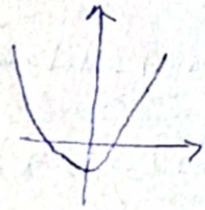
پس به ازای هیچ مقدار m

(۴) الف)



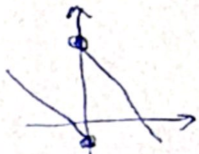
تابع نیست چون به ازای $y^2 = x$ یک x دو y وجود دارد

ب)



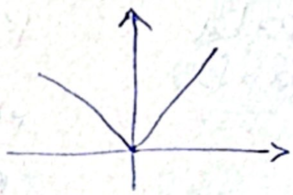
تابع است چون به ازای یک x یک y وجود دارد

ج)



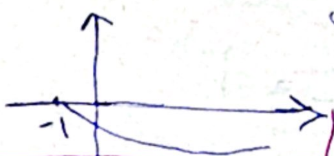
تابع نیست چون به ازای یک $x = 2$ دو y وجود دارد

د)



تابع قدر مطلق است و به ازای یک x یک y وجود دارد

(۵) الف) $y = -\sqrt{x+1}$



با توجه به شکل تابع است

منفی

ولی چون هم علامت نیستند فقط در نتیجه گرفته می‌شود تابع است.

ب) $x_1 = x_2$ پس y_1 و y_2 هم علامت اند

$\left(\dfrac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}} = \dfrac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{y_1^2}{1-y_1^2} = \dfrac{y_2^2}{1-y_2^2}$

مثبت — مثبت

معکوس می‌کنیم $\dfrac{1-y_1^2}{y_1^2} = \dfrac{1-y_2^2}{y_2^2} \xrightarrow{\text{تفکیک}} \dfrac{1}{y_1^2} - 1 = \dfrac{1}{y_2^2} - 1$

$y_1^2 = y_2^2$

$y_1 = \pm y_2$ معکوس

۶) الف)

$|y|=x$ اگر به x عدد ۲ را بدهیم y برابر با ± 2 می‌شود پس تابع نیست

ب) $x_1=x_2$

$y_1^3+3y_1^2+3y_1+x_1^3+x_1=y_2^3+3y_2^2+3y_2+x_2^3+x_2$

$y_1^3-y_2^3+3y_1^2-3y_2^2+3y_1-3y_2=0$

$(y_1-y_2)(y_1^2+y_1y_2+y_2^2)+3(y_1^2-y_2^2)+3(y_1-y_2)$

$(y_1-y_2)\left[(y_1^2+y_1y_2+y_2^2)+3(y_1+y_2)+3\right]$

همواره مثبت

$y_1=y_2$ پس تابع است

---

۷) $f(x)=\dfrac{x^2+4x+5}{x^2+4x+7} \Rightarrow f(\sqrt{3}-2)=\dfrac{(\sqrt{3}-2)^2+4(\sqrt{3}-2)+5}{(\sqrt{3}-2)^2+4(\sqrt{3}-2)+7}$

$\dfrac{3+4-4\sqrt{3}+4\sqrt{3}-8+5}{3+4-4\sqrt{3}+4\sqrt{3}-8+7}=\dfrac{4}{6}=\boxed{\dfrac{2}{3}}$

---

۸) $f(x)=x^3+ax+b \Rightarrow -1-a+b=-4 \quad b=-2$

$-4+3+a=0 \Rightarrow a=1$

$x^3+x-2=3x-1 \Rightarrow x^3+x-3x-2+1=0 \Rightarrow x^3-2x+1=0$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x+1 & x-1 \\ -x^3+x^2 & x^2+x-1 \\ \hline x^2-2x+1 & \\ x^2-x & \\ \hline x-1 & \end{array}$$

$x-1=0$ ریشه‌ها

$\Rightarrow x^2-x-1=0$ جمع ریشه‌ها همان نقطه‌ی تقاطع $\dfrac{-b}{a}=-\dfrac{(-1)}{1}=+1$

---

۹) $f=\{(2,a+b),(1,2a),(-1,a-2b+1)\}$

$a+b=2a$

$a=b$

$2a=a-2(a)+1$

$3a=1$

$a=\dfrac{1}{3}$ $\quad b=\dfrac{1}{3}$

---

۱۰) $\dfrac{4x^2-ax+c+1}{bx+3}=x \Rightarrow \dfrac{4x^2-ax+c+1-x(bx+3)}{bx+3}=0$

$4x^2-ax+c+1-bx^2-3x=0$

$4x^2=bx^2 \quad -ax=3x \quad c=-1$

$b=4 \quad a=-3$

$4-3-1=0$