ریاضی دهم A

Year: ____ Month: ____ Day: ____ ( ) Subject: ____

① الف) $3x-y=9$ ، $x+2y=-4$

$$\begin{cases} 3x-y=9 \\ (x+2y=-4)\times(-3) \rightarrow -3x-6y=12 \end{cases}$$

$$-7y=21 \rightarrow y=-3 \qquad 3x-y=9 \rightarrow 3x+3=9 \rightarrow x=2$$

$$\frac{x}{y}=\frac{-2}{3}$$

ب)
$$\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=-1 \xrightarrow{\times -5} -\frac{5}{x}+\frac{5}{y}=5 \\ \frac{5}{x}-\frac{7}{y}=-3 \end{cases} \rightarrow \frac{-2}{y}=2 \rightarrow y=-1$$

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{-1}=-1 \rightarrow \frac{1}{x}+1=-1 \rightarrow \frac{1}{x}=-2 \rightarrow x=\frac{-1}{2}$$

$$\frac{x}{y}=\frac{\frac{-1}{2}}{-1}=\frac{1}{2}$$

② $a+1=-2 \rightarrow a=-3 \rightarrow f=\{(-3,-6),(-2,1),(2,b)\}$

$$f(-3)+2f(2)=3f(1) \xrightarrow{-2} 2f(2)=5 \rightarrow f(2)=5 \rightarrow b=5$$

③ $m^2-3m=-2 \rightarrow m^2-3m+2=0 \rightarrow (m-1)(m-2)=0 \rightarrow m=2, m=1$

به ازای هیچ مقدار m چون اگر $m=1$ باشد $m+1=2$ می‌شود و با (2,4) تناقض دارد اگر $m=2$ باشد $m+1=3$ می‌شود و با (5,3) تناقض دارد

④ الف) نیست ← دو نقطه

ب) هست (همی است)

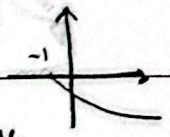
ج) نیست

د) هست (محور yها را دو بار قطع نمی‌کند اگر خط راست بکشیم) ← 2 نقطه

⑤ الف)
$$\begin{cases} y_1=-\sqrt{x+1} \\ y_2=-\sqrt{x+1} \end{cases} \rightarrow \boxed{y_1=y_2}$$

تابع است

شکل ←



ب)
$$x=\frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \rightarrow x=\frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}}, \quad x=\frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \rightarrow \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}}=\frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{y_1^2}{1-y_1^2}=\frac{y_2^2}{1-y_2^2} \rightarrow y_1^2(1-y_2^2)=y_2^2(1-y_1^2) \rightarrow y_1^2-y_1^2y_2^2=y_2^2-y_2^2y_1^2$$

چرا $y_1=-y_2$ نیست؟ چون در آن صورت عبارت مساوی نمی‌شد بلکه قرینه می‌شد در واقع $x_1 \neq -x_2$

$$\rightarrow y_1^2=y_2^2 \rightarrow y_1=y_2$$

(ادامه سوال ۶ ب) $(y_1-y_2)\left[(y_1^2+y_1y_2+y_2^2)+3(y_1+y_2)+3\right]\geq 0$

Year: ____ Month: ↓ Day: ____ Subject: ____

همیشه ⊕ ← صفر نبوده $y_1=y_2$

۶) تابع نیست ← مثال نقض

الف) $x=2 \rightarrow y=\pm 2$

ب) $y_1^3+3y_1^2+3y_1+x^3+x\geq 0 \Rightarrow y_2^3+3y_2^2+3y_2+x^3+x\geq 0 \rightarrow y_1^3+3y_1^2+3y_1\geq y_2^3+3y_2^2+3y_2$

$y_1^3-y_2^3+3y_1^2-3y_2^2+3y_1-3y_2\geq 0 \rightarrow y_1^3-y_2^3=(y_1-y_2)(y_1^2+y_1y_2+y_2^2)$ ، $3y_1^2-3y_2^2=3(y_1-y_2)(y_1+y_2)$ ، $3y_1-3y_2=3(y_1-y_2)$

$(y_1-y_2)(y_1^2+y_1y_2+y_2^2)+3(y_1-y_2)(y_1+y_2)+3(y_1-y_2)$

۷) $f(\sqrt{3}-2)=\frac{(\sqrt{3}-2)^2+4(\sqrt{3}-2)+5}{(\sqrt{3}-2)^2+4(\sqrt{3}-2)+7}=\frac{7-4\sqrt{3}+4\sqrt{3}-8+5}{7-4\sqrt{3}+4\sqrt{3}-8+7}=\frac{7-8+5}{7-8+7}$

$=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

۸) $-4=3x-a \rightarrow a=1$ $\quad -1+(-\ +b=-4 \rightarrow b=-2$

معادله‌ها را مساوی قرار می‌دهیم $\rightarrow x^3+x-2=3x-1 \rightarrow x^3+x-3x-2+1=0 \rightarrow x^3-2x-1=0$

x^3-2x-1 | $x+1$

$-x^3-x^2$ ، x^2-x-1

$-x^2-2x-1$

$+x^2+x$

$x-1$

$x^2-x-1=0 \rightarrow$ مجموع ریشه‌ها $\rightarrow -\frac{b}{a}=\frac{-(-1)}{1}=1$

یکی از ریشه‌ها منفی ۱ است ← $x-1-x+1=0$ ← با همین تقاطع‌ها

۹) $2a=a-2b+1 \rightarrow a=-2b+1 \rightarrow 2(-2b+1)=-2b+1+b$ $\quad (a+b=2a-2b+1)$

$=-4b-2=\underbrace{-2b+1+b}_{-b+1} \Rightarrow -3b=3 \rightarrow b=-1$

$-4b-2=4-2=2 \rightarrow a+\underbrace{b}_{-1}=2 \rightarrow \boxed{a=3}$

۱۰) $\frac{4x^2-ax+c+1}{bx+3}=x \rightarrow \frac{4x^2-ax+c+1}{bx+3}-x=0$

$4x^2-ax+c+1-bx^2-3x=0$

$-3x=-ax \rightarrow a=3$ $\quad 4x^2=-bx^2 \rightarrow b=-4$ $\quad 1=c$

$a+b+c=3-4+1=-1+1=0$