Subject:
Year. Month. Date. ( )

کیانا مردوی

Name.

۱- الف)

$$\begin{cases} 9 = 3x - y \\ -4 = x + 2y \end{cases} \quad \begin{cases} a = y + 4x \\ 9 = 3x - y \end{cases} \rightarrow 14 = 7x$$

$$x = 2 \rightarrow 9 = 6 - y \Rightarrow y = -3 \rightarrow \frac{x}{y} = \boxed{\frac{2}{-3}}$$ ✓

ب)

$$-1 = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \qquad a = \frac{1}{x} \qquad a - b = -1 \qquad a = b - 1$$

$$-3 = \frac{5}{x} - \frac{7}{y} \qquad b = \frac{1}{y}$$

$$5a - 7b = -3 \rightarrow 5(b-1) - 7b = -3$$

$$5b - 5 - 7b = -3$$

$$-2b = 2 \quad b = -1 \rightarrow a = -2$$

$$b = -1 = \frac{1}{y} \rightarrow y = -1$$

$$a = -2 = \frac{1}{x} \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{-\frac{1}{2}}{-1} = \boxed{\frac{1}{2}}$$ ✓✓

۲-

$$f = \{(a, 2a), (1, a+1), (1, -2), (2, b)\}$$

$$f(a) + 2f(2) = 3f(1) \rightarrow f(-3) + 2f(2) = 3f(1)$$

$$a + 1 = -2 \rightarrow a = -3$$

$$-6 + 2b = -6$$

$$\boxed{b = 0}$$

۳-

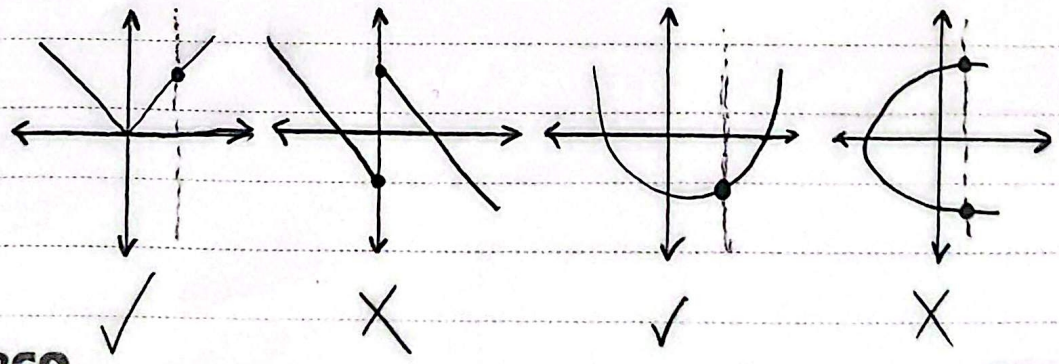
$$m^2 - 3m = -2 \rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \rightarrow (m-1)(m-2) = 0$$

$$m = 1 \quad m = 2$$

تابع نیست ← $(2, 4)(2, 6)$ ← $m = 1$ ✗ $m = 2$ → $(3, 5)(3, 6)$ ← تابع نیست

به ازای هیچ عددی این رابطه تابع نمیشود

۴-



✓ ✗ ✓ ✗

TOPCO

۵- الف) $y=-\sqrt{x+1}$ $x+1\geq 0$ $x\geq -1$ $D=[-1,+\infty) \Rightarrow R=(-\infty,0]$

برای هر x فقط یک y داریم $\Leftarrow$ تابع است ✓

ب) $\left.\begin{matrix} y_1=-\sqrt{x_1+1} \\ y_2=-\sqrt{x_2+1} \end{matrix}\right\} \Rightarrow y_1=y_2 \leftarrow \sqrt{x_1+1}=\sqrt{x_2+1} \rightarrow y_1^2=y_2^2 \Rightarrow y_1=y_2$ تابعه

$\Leftarrow$ زیر رادیکال همواره مثبت

ب) $x=\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$ $1-y^2>0$ $-1<y<1 \rightarrow (-1,1)$ $x^2=\frac{y^2}{1-y^2} \rightarrow x^2-x^2y^2=y^2$

$x^2=y^2(x^2+1)$

$y^2=\frac{x^2}{x^2+1} \leftarrow$ برای هر x دو مقدار y $\Leftarrow$ تابع نیست ✗ $y=\pm\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

۶- الف) $|y|=x \rightarrow$ مثال نقض $\rightarrow x=2 \begin{matrix} y=2 \\ y=-2 \end{matrix} \rightarrow$ تابع نیست

ب) $(y+1)^3-1+x^3+x=0 \rightarrow (y+1)^3=1-x-x^3 \rightarrow y_1=\sqrt[3]{1-x-x^3}-1$

$y_1=y_2$ $y_2=\sqrt[3]{1-x-x^3}-1$

یا

$y^3+3y=-3y^2-x^3-x \rightarrow y^3+y$ چون یک‌به‌یک است $\Rightarrow$ تابع است

۷- $x=\sqrt{3}-2 \rightarrow x^2+4x=(\sqrt{3}-2)^2+4\sqrt{3}-8=-1$

$f(\sqrt{3}-2)=\frac{-1+5}{-1+7}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

۸- $y-۳x+a=۰ \rightarrow y=۳x-a \xrightarrow{(-۱,-۴)} -۴=-۳-a \rightarrow a=۱$

$f(x)=x^۳+ax+b \xrightarrow{(-۱,-۴)} -۴=-۱-۱+b \rightarrow b=-۲$

$y=۳x-۱$ $\quad ۳x-۱=x^۳+x-۲$

$f(x)=x^۳+x-۲$ $\quad x^۳-۲x-۱=۰$

یکی از ریشه‌ها $x=-۱ \Rightarrow$ بخش‌پذیر بر $x+۱$ $\rightarrow (x+۱)(x^۲-x-۱)=۰$

$x=\frac{۱\pm\sqrt{۵}}{۲}$

$\left|\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\right|+\left|\frac{۱-\sqrt{۵}}{۲}\right|=\frac{۱+\sqrt{۵}+\sqrt{۵}-۲}{۲}$

$=\rightarrow \boxed{\sqrt{۵}}$ ✓✓✓

۹- $f=\{(۲,a+b)(۱,۲a)(-۱,a-۲b+۱)\}$

$a+b=۲a \rightarrow b=a$

$۲a=a-۲b+۱ \rightarrow ۲a=-a+۱ \rightarrow ۳a=۱ \rightarrow \boxed{a=\frac{۱}{۳}}$

۱۰- $f(x)=\frac{۴x^۲-ax+c+۱}{bx+۳}$

$f(x)=x$

$x=\frac{۴x^۲-ax+c+۱}{bx+۳} \rightarrow ۴x^۲-ax+c+۱=bx^۲+۳x$

$b=۴$

$-a=۳ \rightarrow a=-۳$

$c+۱=۰ \rightarrow c=-۱$

$-۳+۴-۱=\boxed{۰}$ ✓✓

TOPCO