

۱۸۱۵

۱۴، ۱۲، ۲۱

« بنام خدا »

برای حل تحدی

۱) اگر ترتیب‌های مرتب زیر یکدیگر برابر باشند، حاصل  $\frac{x}{y}$  ثابت می‌باشد.

الف)  $(9, x+2y), (3x-y, -4)$

$$\begin{cases} 3x-y=9 & 9+y=-4y-12 \rightarrow \\ x+2y=-4 & 7y=-21 \rightarrow y=-3 \\ x+2y=-4 \rightarrow x=-4+4=0 & \frac{x}{y} = \frac{-2}{3} \end{cases}$$

ب)  $(-1, -3), (\frac{1}{x}, \frac{1}{y}), (\frac{5}{x}, \frac{y}{y})$

$$\begin{cases} \frac{y-x}{xy} = -1 & y-x = -xy \\ 5y-7x = -3 & 5y-7x = -3xy \\ 3y-3x = 5y-7x \rightarrow 4x=2y & xy \quad y=2x \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

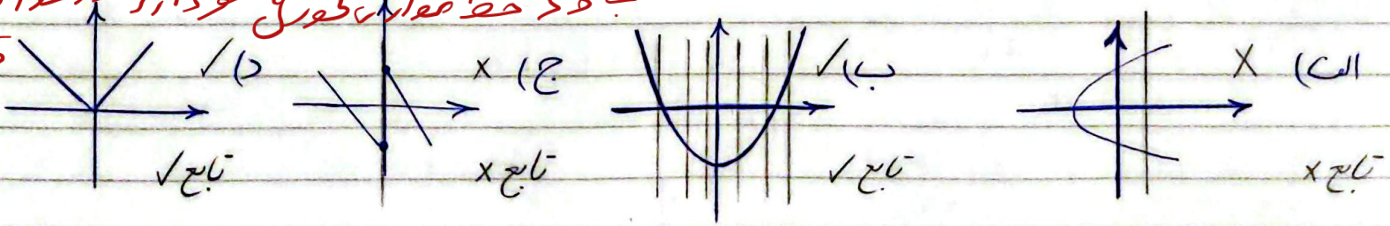
۲) تابع  $f = \{(a, 2a), (1, a+1), (1, -2), (2, b)\}$  ششایی،  $f(a) + 2f(2) = 2f(4)$  برقرار است. مقدار  $a$  و  $b$  را بیابید.

$a+1 = -2 \rightarrow a = -3 / 2a = -4 \quad -4 + 2b = -4 \rightarrow 2b = 0 \rightarrow b = 0$

۳) به ازای کدام مقدار  $m$  رابطه  $\{(1, m^2-3m), (2, 5), (-1, -2), (m+1, 4), (2, 4), (m^2+2, 4m+1)\}$  یک تابع است؟ هیچ مقدار  $m$

$m^2 - 3m = -2 \rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \rightarrow (m-2)(m-1) = 0 \rightarrow m = 1 \text{ یا } 2$   
 if  $m=1 \rightarrow m+1=2 \quad (2, 4), (2, 4) \times$  / if  $m=2 \rightarrow 2+1=3 \quad (3, 5), (3, 4) \times$

الف) نمودار = خط موازی خطوط عمودار در نسبت  
 ب) خط موازی خطوط عمودار در صورت تقاطع  
 دلیل: فقط قطع می‌کنند  
 ۴) تابع یکنواخت یا نبودن نمودارهای زیر را بررسی کنید.



۵) تابع بودن روابط زیر را بررسی کنید.

الف)  $y = -\sqrt{x+1} \quad x_1 = x_2 \rightarrow x_1+1 = x_2+1 \rightarrow -\sqrt{x_1+1} = -\sqrt{x_2+1} \rightarrow y_1 = y_2$

ب)  $x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \rightarrow \text{if } x=1 \rightarrow y = \sqrt{1-y^2} \rightarrow y^2 = 1-y^2 \rightarrow y = \frac{1}{2} \rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{x_1}{\sqrt{1-y_1^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \rightarrow \frac{y_1^2}{1-y_1^2} = \frac{y_2^2}{1-y_2^2}$   
 $y_1^2 - y_1^2 y_2^2 = y_2^2 - y_1^2 y_2^2 \rightarrow y_1^2 = y_2^2 \rightarrow (y_1 = y_2) \text{ یا } (y_1 = -y_2)$

۴) تابع بودن روابط زیر را بررسی کنید.

الف)  $|y| = x \rightarrow \text{if } x=1 \rightarrow y = \pm 1$  تابع ۵

ب)  $y^3 + 3y^2 + 3y + x^3 + x = 0 \rightarrow (y+1)^3 + x^3 + x - 1 = 0 \rightarrow y+1 = \sqrt[3]{-x^3 - x + 1} \rightarrow$   
 $y = \sqrt[3]{-x^3 - x + 1} - 1$  if  $x_1 = x_2 \rightarrow \sqrt[3]{-x_1^3 - x_1 + 1} - 1 = \sqrt[3]{-x_2^3 - x_2 + 1} - 1 \rightarrow y_1 = y_2$

۷) اگر  $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x^2 + 4x + 7}$  باشد، حتماً  $f(\sqrt{3}-2)$  را بیابید. ۵

$f(x) = 1 - \frac{2}{x^2 + 4x + 7} \rightarrow f(\sqrt{3}-2) = 1 - \frac{2}{7 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 8 + 7} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$  ۵

۸) نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 + ax + b$  خط به خط  $y - 3x + a = 0$  را در نقطه  $(-1, -4)$  قطع می‌کند. مجموع طول‌های ۲ نقطه تقاطع دیگر این منحنی در خط را بیابید.  $y = 3x - a$

$-3 - a = -4 \rightarrow a = 1 \rightarrow y = 3x - 1$

$-1 - a + b = -4 \rightarrow -2 + b = -4 \rightarrow b = -2 \rightarrow f(x) = x^3 + x - 2$

$\frac{1+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}}{2} = 1$  ۵

$3x - 1 = x^3 + x - 2 \rightarrow x^3 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x+1)(x^2 - x - 1) = 0$

$x = -1$  یا  $\frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \rightarrow y_1 = \frac{1+3\sqrt{5}}{2}, \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+3\sqrt{5}}{2}\right), \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1-3\sqrt{5}}{2}\right)$

۹) اگر تابع  $f = \{(2, a+b), (1, 2a), (-1, a-2b+1)\}$  تابع ثابت باشد  $a$  را بیابید.

$a+b = 2a \rightarrow a = b$   $2a = a - 2a + 1 \rightarrow 3a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{3}$  ۵

۱۰) اگر تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \frac{4x^2 - ax + c + 1}{bx + 3}$  یک تابع همی باشد، حتماً  $a, b, c$  را بیابید.

$bx^2 + 3x = 4x^2 - ax + c + 1 \rightarrow b = 4 / a = -3 / c = -1$  ۵

$\rightarrow a+b+c = -3+4-1 = 0$

Parisa Gohmashammadi