Subject: تکلیف شماره ۲۷

Year: Month: Date:

سارینا زارع — دهم دختر A

۱۹

۱) ۳

الف) $(9, x+2y), (3x-y, -4) \to \frac{x}{y} = \boxed{-\frac{2}{3}}$ ✓

$$\left.\begin{array}{l} 3x - y = 9 \xrightarrow{\times 2} 6x - \cancel{2y} = 18 \\ x + \cancel{2y} = -4 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{جمع}} 7x = 14 \to x = 2 \,,\; y = -3$$

ب) $(-1, -3), \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \frac{5}{x} - \frac{7}{y}\right) \to \frac{x}{y} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{1}} = \boxed{\frac{1}{2}}$ ✓

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy} = -1 \xrightarrow{\times -5} \frac{5x-5y}{xy} = +5 \\ \frac{5}{x} - \frac{7}{y} = \frac{5y-7x}{xy} = -3 \longrightarrow \frac{5y-7x}{xy} = -3 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{جمع}} \frac{-2x}{xy} = -2 \to y = -1 \,,\; x = -\frac{1}{2}$$

۲) ۳

$3f(1) = (a+1)\times 3 = 3\times -2 \to 3a+3 = -6 \to a = -3 \,,\; \boxed{3f(1) = -6}$

$\boxed{2f(2) = 2b} \,,\; f(a) = 2a \to a = -3 \to 2a = -6 \to \boxed{f(a) = -6}$

$\to f(a) + 2f(2) = 3f(1) \to -6 + 2b = -6 \to 2b = 0 \to \boxed{b = 0}$ ✓

۳) ۳

$f = \{(-1, m^2-3m), (3,5), (-1,-2), (m+1, 6), (2,4), (m^2+2, 4m+1)\}$

$m^2 - 3m = -2 \to m^2 - 3m + 2 = 0 \to (m-1)(m-2) = 0 \to \boxed{m=1} \,,\; \boxed{m=2}$

$\text{if } m = 1 \to f = \{(3,5), (-1,-2), (2,6), (2,4), \cancel{(3,5)}\} \to$ ✗ تابع نیست چون ورودی ۲ دو خروجی دارد

$\text{if } m = 2 \to f = \{(3,5), (-1,-2), (3,6), (2,4), (6,9)\} \to$ ✗ تابع نیست چون ورودی ۳ دو خروجی دارد

به ازای هیچ مقدار m عبارت تابع نمی‌شود.

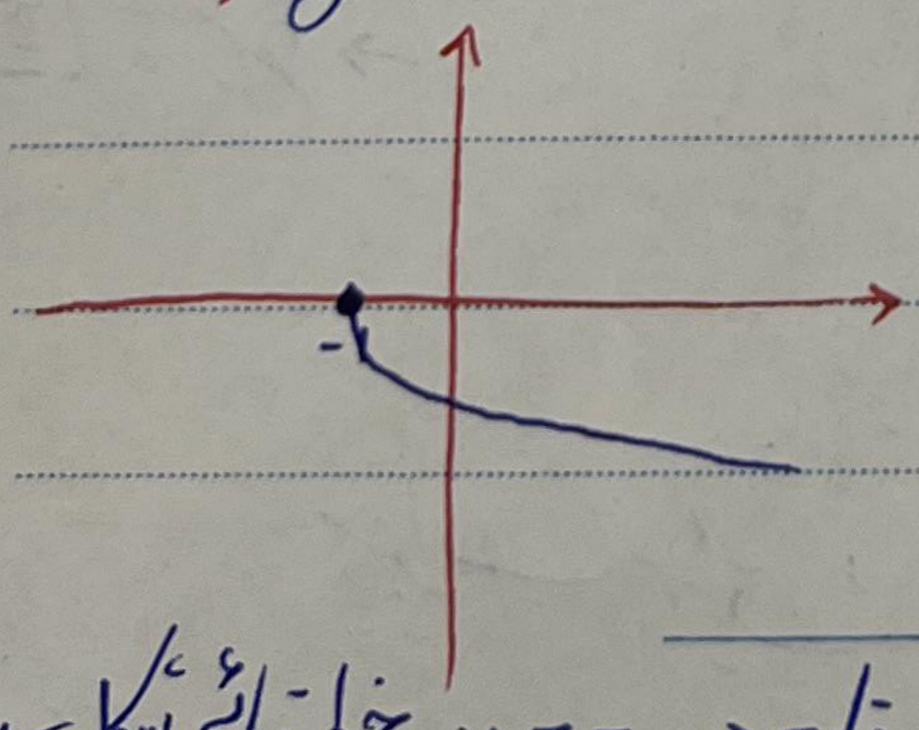
۴) ۳

الف) تابع نیست چون خط قائم دو بار شکل را قطع می‌کند ✗ ب) تابع هست چون خط قائم یکبار شکل را قطع می‌کند. ✓

ج) تابع نیست چون خط قائم در نقطه ($x=0$) دوبار شکل را قطع می‌کند ✗ د) شکل نشان دهنده تابع $y=x^2$ است پس تابع هست ✓

۵) ۱

الف) $y = -\sqrt{x+1}$



تابع هست چون خط قائم شکل را دوبار قطع نمی‌کند. ✓

ب) $x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2 = \frac{y^2}{1-y^2}$

$\xrightarrow{\text{هر دو طرف ضرب در } 1-y^2} x^2(1-y^2) = y^2 \xrightarrow{\text{ضرب پرانتز}} x^2 - x^2y^2 = y^2$

$x^2 = y^2 + x^2y^2 \to x^2 = y^2(1+x^2) \to y^2 = \frac{x^2}{1+x^2}$

$$y = \pm\sqrt{\frac{x^2}{1+x^2}} \to y = \pm\frac{|x|}{\sqrt{1+x^2}} \to \left\{\begin{array}{l} y_1 = +\frac{|x|}{\sqrt{1+x^2}} \\ y_2 = -\frac{|x|}{\sqrt{1+x^2}} \end{array}\right.$$

$y_1 \neq y_2 \to$ تابع نیست ✗

Subject:

Year: Month: Date:

(9) الف) $|y| = x \rightarrow x = 1 \rightarrow |y| = 1 \rightarrow y = \pm 1$ تابع نیست ✗

ب) $y^3+3y^2+3y+x^3+x=0 \rightarrow [(y+1)^3-1]+x^3+x=0 \rightarrow (y+1)^3 = 1-x^3-x$ (3)

$(y+1)^3 = y^3+3y^2+3y+1$

$\rightarrow \sqrt[3]{(y+1)^3} = \sqrt[3]{1-x^3-x} \rightarrow y = \sqrt[3]{1-x^3-x} - 1 \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow$ تابع هست ✓

(7) (2)

$(\sqrt{3}-2)^2 = 3-4\sqrt{3}+4$

$f(x) = \dfrac{x^2+4x+5}{x^2+4x+7} \Rightarrow f(\sqrt{3}-2) = \dfrac{3-\cancel{4\sqrt{3}}+4+\cancel{4\sqrt{3}}-8+5}{3-\cancel{4\sqrt{3}}+4+\cancel{4\sqrt{3}}-8+7} = \dfrac{4}{6} = \boxed{\dfrac{2}{3}}$

~~(8) $y-3x+a=0 \rightarrow y = 3x-a \rightarrow -4 = 3(-1)-a \rightarrow$~~

~~$f(x) = x^3+ax+b \rightarrow -4 = (-1)^3 + a(-1) + b \xrightarrow{a=-1} -4 = -1+1+b \rightarrow$~~

~~$y = 3x-(-1) \Rightarrow y = 3x+1$~~

~~نقطه تقاطع: $x^3-x-4 = 3x+1 \rightarrow x^3-4x-5=0$~~

~~بردن همگی یک طرف~~

(2)

سوال 8

$f(-1) = (-1)^3 + a(-1) + b = -1-a+b = -4$

$y = 3x-a \rightarrow y(-1) = 3\times -1 - a = -3-a = -4$

$\Big\}\ -3-a = -4 \rightarrow \boxed{a=1}$

$-1-1+b=-4 \rightarrow -2+b=-4 \rightarrow \boxed{b=-2}$

$x^3+x-2 = 3x-1 \rightarrow x^3-2x-1=0 \rightarrow$ یکی از ریشه‌ها -1

$x^3-2x-1 \Rightarrow (x+1)(x^2-x-1)=0 \rightarrow x^2-x-1=0 \rightarrow x = \dfrac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}$

$\rightarrow x = \dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

$\rightarrow \boxed{x_1 = 0}$

$x_2 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

$x_3 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

$\Big\}\ x_2+x_3 = \dfrac{1+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}}{2} = \boxed{1}$

جواب نهایی: 1

Subject :

Year : Month : Date :

۹ تابع ثابت ۲

$f=\{(2,a+b),(1,2a),(-1,a-2b+1)\}$

$a+b=2a=a-2b+1 \longrightarrow$ معادله اول: $a+b=2a \rightarrow \boxed{a=b}$

$2a=a-2b+1 \rightarrow \boxed{a+2b=1} \xrightarrow{a=b} a+2a=1 \rightarrow \boxed{a=\frac{1}{3}=b}$ $\boxed{a=\frac{1}{3}}$

---

۱۰ ۳

$f(x)=\dfrac{4x^2-ax+c+1}{bx+3}=x \Longrightarrow \underbrace{4x^2-ax+c+1=bx^2+3x}_{\text{مقایسه ضرایب}}$

تابع همانی

$c+1=0 \rightarrow c=-1$

$b=4\ ,\ a=-3\ ,\ c=-1 \Longrightarrow a+b+c=4-3-1=0$ جواب نهایی صفر

سوال ۵ قسمت ب

$x=\dfrac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}}$ $x=\dfrac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}}$

$\dfrac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}}=\dfrac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}}$ $\dfrac{y_1^2}{1-y_1^2}=\dfrac{y_2^2}{1-y_2^2}$

خروجی ها + هستند ⇐ y_1 و y_2 هم علامت اند

$y_1^2-y_1^2y_2^2=y_2^2-y_1^2y_2^2$

$y_1^2=y_2^2 \rightarrow |y_1|=|y_2| \rightarrow y_1=y_2$

تابع است