۱۹۱۵

۱) الف) $(9, x+2y), (3x-y, -4)$

$9 = 3x - y \xrightarrow{\times 2} 18 = 6x - 2y$

$-4 = x + 2y$

$14 = 7x \Rightarrow x = 2$

$-4 = 2 + 2y \Rightarrow 2y = -6 \Rightarrow y = -3$

$\frac{x}{y} = \frac{2}{-3}$

ب) $(-1, -3), \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \frac{5}{x} - \frac{7}{y}\right)$

$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1 \\ \frac{5}{x} - \frac{7}{y} = -3 \end{cases} \xrightarrow{\times -5} \begin{cases} -\frac{5}{x} + \frac{5}{y} = 5 \\ \frac{5}{x} - \frac{7}{y} = -3 \end{cases}$

$-2y = 2 \Rightarrow y = -1$

$\frac{1}{x} + 1 = -1 \rightarrow \frac{1}{x} = -2 \rightarrow -2x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$\frac{x}{y} = \frac{-\frac{1}{2}}{-1} = \frac{1}{2}$

$\frac{8}{y} = \frac{1}{2}$

۲) $f = \{(a, 2a), (1, a+1), (1, -2), (2, b)\}$

$a + 1 = -2 \rightarrow a = -3$

$f(a) + 2f(2) = 3f(1)$

$f(-3) + 2f(2) = 3f(1)$

$-6 + 2(b) = 3(-2)$

$-6 + 2b = -6 \rightarrow 2b = 0 \rightarrow b = 0$

۳) $f = \{(-1, m^2 - 3m), (3, 5), (-1, -2), (m+1, 6), (2, 4), (m^2 + 2, 4m + 1)\}$

$m^2 - 3m = -2 \rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0$ → ۱ غیق ↘ $(2, 4)\alpha$

↘ $\frac{c}{a} = 2$ غیق $(m+1, 4) \rightarrow (3, 4) \alpha$

هیچ مقدار

در ب وج چون خط موازی محور ل نمودار را

۴) ۱۵ در الف وج چون خط موازی محور ل نمودار را در بیش از ۱ نقطه قطع می‌کند تابع است

الف) تابع نیست.

ب) تابع است.

ج) تابع نیست.

د) تابع است.

۵) الف) $y = -\sqrt{x+1}$

تابع است.

ب) $x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$ → طرفین را به توان ۲ ضرب می‌کنیم → $x^2(1-y^2) = y^2 \Rightarrow x^2 - x^2y^2 = y^2 \Rightarrow x^2 = y^2(1+x^2) \rightarrow y^2 = \frac{x^2}{1+x^2} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{x^2}{1+x^2}}$

تابع است. (به ازای هر x یک y به دست می‌آید.)

۶) الف) $|y| = x \rightarrow x = 1 \rightarrow |y| = 1 \rightarrow y = \pm 1$ تابع نیست.

ب) $y_1^3 + 3y_1^2 + 3y_1 + x_1^3 + x_1 = y_2^3 + 3y_2^2 + 3y_2 + x_2^3 + x_2$

$y_1^3 - y_2^3 + 3y_1^2 - 3y_2^2 + 3y_1 - 3y_2 = 0$

$(y_1 - y_2)^3 + 3(y_1 - y_2)^2 + 3(y_1 - y_2) = 0$

$(y_1 - y_2)\left[(y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2) + 3(y_1 + y_2) + 3\right] = 0$

همواره مثبت

$y_1 = y_2$ تابع است.

۷) $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x^2 + 4x + 7}$

$f(\sqrt{3} - 2)$

$\frac{(\sqrt{3}-2)^2 + 4(\sqrt{3}-2) + 5}{(\sqrt{3}-2)^2 + 4(\sqrt{3}-2) + 7} = \frac{3 + 4 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 8 + 5}{3 + 4 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 8 + 7} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

۸) $f(x) = x^3 + ax + b$

$f(-1) = (-1)^3 - a + b = -4 \rightarrow -3 + b - a \rightarrow b = a - 3$

$x^3 + ax + b = 3x - a$

$x^3 + (a-3)x + (b+a) = 0$

$a - 3$

$x^3 + (a-3)x + (a+a-3) = 0 \rightarrow x^3 + (a-3)x + 2a - 3 = 0$

$(-1)^3 + 3 - a + 2a - 3 = 0$ ← $x = -1$ کم نزنیم

$a = 1 \rightarrow b = -2$

معادله کامل → $x^3 + (1-3)x + 2(1) - 3 = 0 \rightarrow x^3 - 2x - 1 = 0$

$(x+1)(x^2 - x - 1) = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{2} = 1$

۹) $f = \{(2, a+b), (1, 2a), (-1, a - 2b + 1)\}$

$a + b = 2a \rightarrow b = a$

$a - 2b + 1 = 2a$

$b - 2b + 1 = 2b \rightarrow -b + 1 = 2b \rightarrow 1 = 3b \rightarrow b = \frac{1}{3} = a$

$f(x) = \frac{4x^2 - ax + c + 1}{bx + 3} \longrightarrow bx^2 + 3x = 4x^2 - ax + c + 1$

$b = 4$

$-a = 3 \rightarrow a = -3$

$c + 1 = 0 \rightarrow c = -1$

$a + b + c = -1 - 3 + 4 = 0$