کیمیا حیدری

۱-

ج

$x-4=-6+x^3$ و $y+2x=6$ را حل کنید

$x^3-9=-x-4$ $\quad$ $x^3-x=-5$ $\quad$ $y=6-2x$

$y=\frac{-x-4}{2}$ $\quad$ $y=-5+x^3$ $\quad$ $y=-3$

$-x-4=-12+x^3$

$x^3+x-8=0$

$x=2$ یا $x=-2$

$y=-3$

$(\frac{6}{x}-\frac{1}{x},\frac{6}{y}-\frac{1}{y})$ و $x^3-y^3=7$ حل

$\frac{1}{x}-\frac{1}{2x}=\frac{1}{2}$

$x=\frac{1}{2}$ $\quad$ $2x=1$ $\quad$ $y=-1$

$x-y=\frac{6}{x}-\frac{6}{y}=-1$

$y=-x$

$x^3-x^3=7$

$x=\frac{\sqrt{7}}{2}$ $\quad$ $y=-\frac{\sqrt{7}}{2}$

$x=-\frac{\sqrt{7}}{2}$ $\quad$ $y=\frac{\sqrt{7}}{2}$

۲-

ج

$A=\{\frac{a+1}{a-2}\in\mathbb{Z}\}$

$a=-3$ یا $a=1$

$\frac{2x+2b}{-6}=\frac{x^2+bx+6}{-6}$

$2b=0$ $\quad$ $b=0$

۳-

ج

$A=\{m\in\mathbb{Z}\mid m^2-3m\in\{-2,0\}\}$

$m^2-3m=-2$ یا $m^2-3m=0$

$m(m-3)=-2$

$m^2-3m+2=0$

$(m-2)(m-1)=0$

$m=2$ یا $m=1$

$\{\ldots,\frac{-1}{2},\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{5}{2},\ldots\}$ $\quad$ $m=\frac{1}{2}$ ✗

$\{\ldots,-1,0,1,2,3,\ldots\}$ $\quad$ $m=2$ ✗

(با ازای هیچ مقداری تابع نیست)

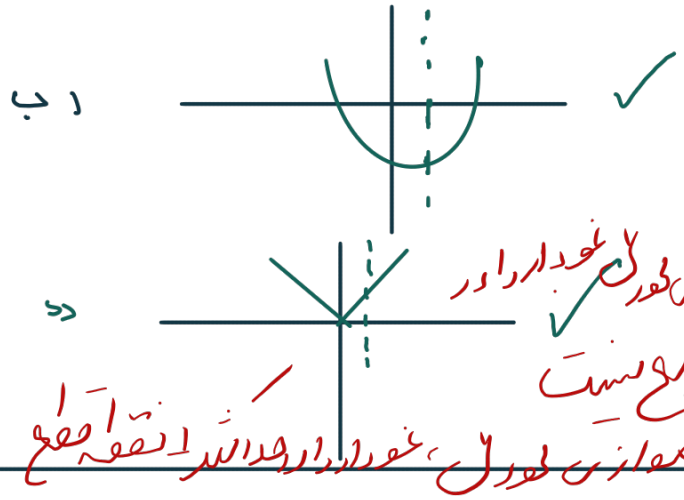
۴-

خودخوازی خود y ها رسم می کنیم اگر به ازای یک x

دو یا چند تابع نیست!

یک

الف)



ب)

ج)

د)

دلیل: در معادله الف و ج خط موازی محور x ها و نمودار در بیش از ۲ نقطه قطع کند تابع نیست

در معادله ب و د خط موازی محور x ها، نمودار را حداکثر در ۱ نقطه قطع کند، تابع است

۱۱ ص

۱) $y = -\sqrt{1+x}$ داریم

$y^2 = 1+x \quad x+2 = 1-y^2$

$x = 1-y^2 \quad x = 1-2y^2$

x حذف شد

$y_1 = \pm\sqrt{1-2y^2}$

$y_1^2 = 1-2y^2 \quad y^2 = 1-2y_1^2$

$2y^2 = 1-y_1^2$

$\frac{y}{\sqrt{1-2y^2}} = x$ داریم

$\frac{y_1}{\sqrt{1-2y_1^2}} = x$

$\frac{y_2}{\sqrt{1-2y_2^2}} = x$

$\left(\frac{y}{\sqrt{1-2y^2}}\right)^2 = \left(\frac{y_1}{\sqrt{1-2y_1^2}}\right)^2$

$y^2(1-2y_1^2) = y_1^2(1-2y^2)$

$y^2 - 2y^2y_1^2 = y_1^2 - 2y^2y_1^2$

$y^2 = y_1^2$

$y = \pm y_1$ ✗

۲) $x = |1-2y| \Rightarrow x^2 = 1-4y+4y^2$

$y = \pm\frac{1}{2}(x^2+4x-1)$

$y = \frac{1}{2}(x^2+4x-1)$ ✓

$y = -\frac{1}{2}(x^2+4x-1)$

$y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{2}$

۳) $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 1 \Rightarrow 4y^2 + 4z^2 = 1 - x^2$

$y^2 + z^2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}x^2$

$y = \pm\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{4}x^2 - z^2}$

$y = \frac{1}{2}\sqrt{1-x^2-4z^2}$ ✓

$y = -\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2-4z^2}$

۴) $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 1 \Rightarrow x^2 + 4z^2 = 1 - 4y^2$

$x^2 + z^2 = \frac{1}{4} - y^2$

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{4} - y^2 - z^2}$

$x = \frac{1}{2}\sqrt{1-4y^2-4z^2}$ ✓

$x = -\frac{1}{2}\sqrt{1-4y^2-4z^2}$

۵) $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 1 \Rightarrow x^2 + 4y^2 = 1 - 4z^2$

$x^2 + y^2 = \frac{1}{4} - z^2$

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{4} - z^2 - y^2}$

$x = \frac{1}{2}\sqrt{1-4z^2-4y^2}$ ✓

$x = -\frac{1}{2}\sqrt{1-4z^2-4y^2}$

۸) $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x^2 + 3x + 8}$

$f(-1+\sqrt{3}i) = \frac{(-1+\sqrt{3}i)^2 + 3(-1+\sqrt{3}i) + 5}{(-1+\sqrt{3}i)^2 + 3(-1+\sqrt{3}i) + 8}$

$= \frac{1-2\sqrt{3}i-3+3\sqrt{3}i+5}{1-2\sqrt{3}i-3+3\sqrt{3}i+8}$

$$\frac{\sqrt{3}+4-4\sqrt{3}+3\sqrt{3}-4+3}{4+3-3\sqrt{3}+4\sqrt{3}-4+1} = \frac{4}{4} = \frac{3}{2}$$

١- (٣)

$(-1,-5,4)$

$-1 = (-1)^3 - a - b$

$f(-1) = -1 - a - b$

$-1 - a + b = -4 \Rightarrow -a - 5 = a + b - 1$ $\Rightarrow b = -2$

$3a + 2b + 4 - 6 = 0 \Rightarrow a = 1$

$f(x) = x^3 + x - 2$

$x^3 - 2x - 1 = 3x - 1$

$x^3 - 5x = 0$

$x(x^2 - 5) = 0$

$x = 0$ مرفوض

$x^2 - x - 1 - 4\Delta = 0$

$\Delta = 5$

$\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$y = 3x - 1$

$y = x^3 + x - 2$

$x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \mid x + 1$

$x^3 + x^2 \quad\quad x^2 - x - 1$

$-x^2 - 3x + 1$

$-x^2 - x$

$-2x + 1$

$-2x - 2$

3

$\frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = -1$

$x_1 + x_2 = -1$

٥- (٣)

$\{(1,-2), (2,1), (3,4), (4,7)\}$ $\Rightarrow$ $y = Kx$ متغير

$K = 2$

$a + b = 2a \quad b = a^2 - 2a = a + 2$

$a + 2 = 2a + 1 \quad a = 1 \quad b = 3$

$a = \frac{1}{3}$ $\quad 3a - 2a = 1 \quad 3a - 2 = 2a + 1$

٥١- (٣)

$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{3x - 3}$ $\quad$ خط تقارب $x = 1$

صعودی $= x(bx+3)$

$4x^2 - ax + c + 1 = x(bx + 3)$

$4x^2 - ax + c + 1 = bx^2 + 3x$

$$\begin{cases} c = -1 \\ b = 4 \\ a = -3 \end{cases}$$

$-1 + 4 - 3 = 0$

کیمیا مرادی

سوال ۵ قسمت ب

$x = \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}}$ $\quad$ $x = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}}$

$\frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \longrightarrow \frac{y_1^2}{1-y_1^2} = \frac{y_2^2}{1-y_2^2}$

مخرج‌ها $\oplus$ است پس y_1 و y_2 هم‌علامت‌اند

$y_1^2 - y_1^2 y_2^2 = y_2^2 - y_1^2 y_2^2 \longrightarrow y_1^2 = y_2^2 \rightarrow |y_1| = |y_2|$

$y_1 = y_2$

یک به یک است