تکلیف شماره ۲۸ — نگار تبریزی

«به ازای یک مقدار برای مولفه اول تنها یک مقدار برای مولفه دوم وجود دارد»

۱) (۲)

$$f(x)=\begin{cases} x^۲+۲x & : x\geq a \\ ax-۴ & : x\leq a \end{cases}$$

$a^۲+۲a=a^۲-۴$

$\boxed{a=-۲}$

۲) (۲)

$f(x)=\dfrac{x^۲+a}{۲x-b}$ $\quad g(x)=۲x+b$ $\quad$ نقطه تقاطع $(۲,۳)$

$۴+b=۳$ $\quad \boxed{b=-۱}$

$\dfrac{۴+a}{۴-b}=\dfrac{۴+b}{۳}$ $\quad (۴-b=۵)$ $\quad ۴+a=۱۵$ $\quad \boxed{a=۱۱}$

$f(۱)=\dfrac{۱+۱۱}{۲+۱}=۴$

۳) (۳)

$f(x)=\dfrac{۴x+۱}{۲x^۲+ax+b}$ $\quad R-\{-۱,۴\}$ ریشه‌های مخرج

$a(x+۱)(x-۴)=a(x^۲-۳x-۴)=۲x^۲-۶x-۸$ $\quad (a=۲)$

$a=-۶ \quad b=-۸$

$f(۱)=\dfrac{۵}{۲-۶-۸}=\dfrac{-۵}{۱۲}$

۴) (۳)

$f(x)=\dfrac{x^۳-\sqrt{۳}}{-۴x^۲+ax+b}$ $\quad R-\{-۱\}$ ریشه مخرج

$a(x+۱)^۲=-۴(x^۲+۲x+۱)=-۴x^۲-۸x-۴$ $\quad (a=-۴)$

$a=-۸ \quad b=-۴$

$a+b=-۸-۴=-۱۲$

۵. $f(x)=\dfrac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)}$ $\quad R-\{1\}$

حالت اول: $\Delta<0 \quad m^2-4<0 \Rightarrow -2<m<2$ $\quad$ حالت دوم: $(x-1)^2=x^2-2x+1=x^2+mx+1$ "$m=-2$" $\Rightarrow -2\leq m<2$

۶. $f(x)=\sqrt{4-\dfrac{1}{x^2}}$ $\quad x\neq 0 \quad 4-\dfrac{1}{x^2}\geq 0 \quad \left(2-\dfrac{1}{x}\right)\left(2+\dfrac{1}{x}\right)\geq 0$

$D_f=(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[\frac{1}{2},+\infty)$

۷. $f(x)=\sqrt{mx^2+2mx+1}\geq 0 \quad D_f=R$

$x=1\Rightarrow 3m+1\geq 0$ "$m\geq -\frac{1}{3}$" $\quad x=-1$: $-m+1\geq 0$ "$m\leq 1$" $\quad -\frac{1}{3}\leq m\leq 1$

۸. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{4x^2-1}{2x-1} & : x\neq a\\ 4x+k & : x=\frac{1}{2}\end{cases}$ $\quad g(x)=2x+1$

$(2x-1)(2x+1)$, ریشه مخرج $a=\frac{1}{2}$

$2+k=2 \quad k=0 \quad a+k=\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}$

۹. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{9x^2-4}{3x+2} & : x\neq -\frac{2}{3}\\ 3ax+2 & : x=-\frac{2}{3}\end{cases}$ $\quad g(x)=3x+b \quad a-b=3-(-2)=5$

$(3x+2)(3x-2)$

$3x+b=3x-2 \quad b=-2$

$-2a+2=-2+b-2 \quad -2a=-6 \quad a=3$

۱۰. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & : x\neq 2\\ 2a^2+ax & : x=2\end{cases}$ $\quad g(x)=x+2$

$(x-2)(x+2)$

$2a^2+2a=4 \quad 2(a^2+a-2)=0$

$2(a+2)(a-1)=0$

$a=-2,1$

LIBRO

سوال ۷

$$mx^2+2mx+1 \geq 0 \quad \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ m > 0 \end{cases}$$

$$\Delta \leq 0 \rightarrow 4m^2-4m \leq 0 \rightarrow 4m(m-1) \leq 0 \rightarrow m \in (0,1]$$

اگر $m=0$ باشد آنگاه $f(x)=1$ و در نتیجه دامنه $\mathbb{R}$ است پس مقادیر m

$[0,1]$ است