۱)

$$f(x)=\begin{cases}x^2+2x & ;x\ge a\\ ax-4 & ;x\le a\end{cases}$$

$x=a \to a^2+2a$, $x=a\to a^2-4$

$a^2+2a=a^2-4$, $2a=-4$, $a=-2$

۲)

$g(x)=2x+b \qquad f(x)=\dfrac{x^2+a}{2x-b}$

$g(2)=3=2(2)+b$, $b=-1$

$f(2)=3=\dfrac{4+a}{4-b}$, $4-(-1)=5$ → $15=4+a \to a=11$

$f(x)=\dfrac{x^2+11}{2x+1} \to f(1)=\dfrac{1+11}{2+1}=\dfrac{12}{3}=4$

۳)

$f(x)=\dfrac{4x+1}{2x^2+ax+b} \qquad D_f=\mathbb{R}-\{-1,4\}$

$2x^2+ax+b\neq 0$

$x=-1 \to 2(-1)^2+a(-1)+b=0 \to 2-a+b=0$

$x=4 \to 2(4)^2+a(4)+b=0 \to 32+4a+b=0$

$\xrightarrow{\times(-1)} \begin{cases}-2+a-b=0\\ 32+4a+b=0\end{cases}$

$30+5a=0 \to 30=-5a \to a=-6 \to b=-8$

$f(x)=\dfrac{4x+1}{2x^2-6x-8}$

$f(1)=\dfrac{4(1)+1}{2(1)^2-6(1)-8}=-\dfrac{5}{12}$

۴)

$f(x)=\dfrac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2+ax+b}$

$D_f=R-\{-1\} \to -(2x+k)^2=-4x^2+ax+b \to -(4x^2+4xk+k^2)=-4x^2-4xk-k^2=-4x^2+ax+b$

$x=-1 \to -(2(-1)+k)^2=0 \to k=2$

$k=2 \to -4x^2-8x-4=-4x^2+ax+b$

$b=-4$, $a=-8$ $\to b+a=-12$

$x=-1 \to -4x^2+ax+b=0 \to -4(-1)^2+a(-1)+b=0 \to -4-a+b=0 \to b-a=4$

۵)

$f(x)=\dfrac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)} \qquad D_f=R-\{1\}$

$x=1$

$x=1 \to (x^2+mx+1)=0 \to 1+m+1=0 \to m=-2$

$\Delta=b^2-4ac \to \Delta=m^2-4(1)(1)=m^2-4<0$

$m^2<4 \to -2<m<2$

حدود m $=[-2,2)$

۶)

$f(x)=\sqrt{4-\dfrac{1}{x^2}}$

$4-\dfrac{1}{x^2}\ge 0 \to 4\ge\dfrac{1}{x^2} \to x^2\ge\dfrac{1}{4} \to x\ge\dfrac{1}{2}$ یا $x\le-\dfrac{1}{2}$

$x^2\neq 0 \to x\neq 0$

$D_f=(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[\frac{1}{2},+\infty)$

۷)

$f(x)=\sqrt{mx^2+2mx+1}$

$mx^2+2mx+1\ge 0$

$m\ge 0$

اگر m (ضریب x^2) منفی باشد نمودار سهمی رو به پایین است و منفی می‌شود.

$\Delta\le 0 \to (2m)^2-4(m)(1)\le 0 \to 4m^2-4m\le 0 \to 4m(m-1)\le 0$

$m=0$, $m=1 \to [0,1]$

	0		1	
+		−		+

۸)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{4x^2-1}{2x-1} & ;x\neq a\\ 4x+k & ;x=\dfrac{1}{2}\end{cases} \qquad g(x)=2x+1$$

ریشه مخرج باید به ازای a برابر صفر شود.

$2x-1 \to 2a-1=0 \to a=\dfrac{1}{2}$

$4x+k=2x+1$

$2+k=2$

$k=0$

$a+k=\dfrac{1}{2}$

۹)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{9x^2-4}{3x+2} & ;x\neq-\dfrac{2}{3}\\ 3ax+2 & ;x=-\dfrac{2}{3}\end{cases}$$

$g(x)=3x+b \xrightarrow{x=-\frac{2}{3}} 3ax+2=3x+b$

$3(-\frac{2}{3})a+2=3(-\frac{2}{3})+b \to -2a+2=-2+b \xrightarrow{b=-2} -2a+2=-2-2$

$-2a=-6$

$a=3$

$\dfrac{9x^2-4}{3x+2}=3x+b \to (3x+b)(3x+2)=9x^2-4$

$(3x+b)(3x+2)=(3x-2)(3x+2)$

$b=-2$

$a-b=3-(-2)=5$

۱۰

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^{۲}-۴}{x-۲} & ;x\neq ۲\\ ۲a^{۲}+ax & ;x=۲\end{cases} \qquad g(x)=x+۲$$

$۲a^{۲}+ax=x+۲ \xrightarrow{x=۲} ۲a^{۲}+۲a=۴ \rightarrow ۲a^{۲}+۲a-۴=۰ \rightarrow \Delta=b^{۲}-۴ac=۴-۴(۲)(-۴)=۳۶$

$a=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a} \rightarrow \dfrac{-۲\pm\sqrt{۳۶}}{۴} \nearrow -۲ \quad \searrow ۱$