

الف) $y^3 - x = 2x^2$

$y^3 = 2x^2 + x$

$y = \sqrt[3]{2x^2 + x}$

ریشه سوم هر عدد حقیقی، فقط یک عدد است این عبارت تابع است.

$y^3_1 = 2x^2_1 + x_1$
 $y^3_2 = 2x^2_2 + x_2$

$y^3_1 = y^3_2 \rightarrow y_1 = y_2$

ریشه سوم هر عدد حقیقی، فقط یک عدد است این عبارت تابع است.

ب) $|y| + x^2 = x + 3$

$|y| = x + 3 - x^2$ مثال نقطه

$x = 1$

$|y| = 1 + 3 - 1 = 2 \rightarrow y = 2$
 $|y| = 1 + 3 - 1 = 2 \rightarrow y = -2$

این عبارت تابع نیست

نیز به ازای $x = 1$ ، دو مقدار مختلف به دست آوریم.

ج) $\sqrt{x-4} + |y-2| = 0$

$\sqrt{x-4} = 0 \Rightarrow x = 4$

$|y-2| = 0 \Rightarrow y = 2$

حاصل جمع دو عبارت همواره نامنفی، منفرشته پس نتیجه می گیریم که هر دو عبارت صفر بوده است پس عبارت فقط در نقطه $(4, 2)$ صدق می کند و تابع است.

د) $x = \cos y$

$x = 0 \rightarrow \cos y = 0 \rightarrow y = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$

بی نهایت y در بازه $[0, 2\pi]$ روی دایره مثلثاتی وجود دارد پس عبارت تابع نیست. مثل صفر، $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$.

الف) $y = \frac{x+4}{x^2-4x}$

$x(x-4) \neq 0$

$D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

تبدیل اعدادی را که باعث تعریف نشدن کسری شود در دامنه قیفا کنیم پس :

ب) $y = \frac{x+4}{x^2-7x+12}$

ریشه های مخرج را محاسبه می کنیم

$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow (-7)^2 - 4(1)(12) = 49 - 48 = 1$

پس مخرج کسر، ریشه

$D_f = \mathbb{R}$

حقیقی ندارد و هیچگاه صفر نمی شود پس

ج) $y = \frac{x+4}{x^2+x+4}$

ریشه های مخرج را محاسبه می کنیم

$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1^2 - 4(1)(4) = 1 - 16 = -15$

ریشه حقیقی ندارد.

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

د) $y = \frac{x+4}{x^2-4x^2}$

تبدیل

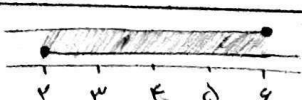
$x^2(x^2-4) = x^2(x-2)(x+2)$

$D_f = \mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$

الف) $\sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}$

$4-x \geq 0 \rightarrow x \leq 4$

$x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2$



$\Rightarrow D_f = [2, 4]$

استادگیری از دو شرط اول

ب) $y = \frac{3x+1}{x^2+1}$

$x^2+1 = 0$

$x^2 = -1$

ریشه حقیقی ندارد.

$\rightarrow D_f = \mathbb{R}$

در سوال ۳ برای پیدا کردن دامنه تابع باید ابتدا ریشه های مخرج را محاسبه کرده و از دامنه کم کنیم تا کسرها تعریف نشده، نشود.

ج) $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$

$x-2 \geq 0 \quad x \neq 4$
 $x-4 \neq 0 \quad x \neq 4$

$D_f = [2, +\infty) - \{4\}$

۳

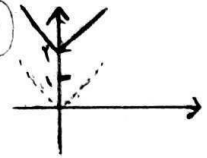
د) $y = \frac{2x+3}{|x|+x^2}$

$|x| + x^2 \neq 0$
(دو عبارت همواره مثبت)

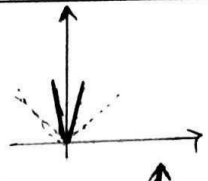
$|x| \geq 0 \quad x^2 \geq 0 \Rightarrow |x| = 0 \rightarrow x = 0$
 $x^2 = 0 \rightarrow x = 0$
 $\left. \begin{array}{l} |x| \geq 0 \\ x^2 \geq 0 \end{array} \right\} x \neq 0$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

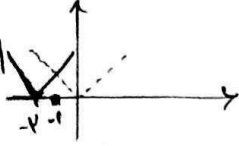
الف) $y = |x| + 2$
تغییرات را در نمودار نشان دهید.



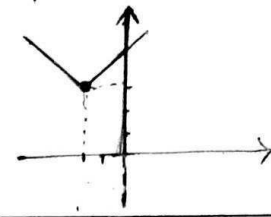
ب) $y = 2|x|$
نمودار را به صورت
جمع کران (فشرده) در بیاد.



ج) $y = |x+2|$

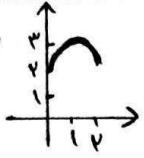


د) $y = |x+2| + 3$

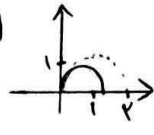


۴

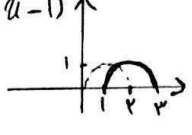
الف) $f(x) + 2$



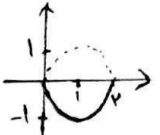
ب) $2f(x)$



ج) $f(x-1)$

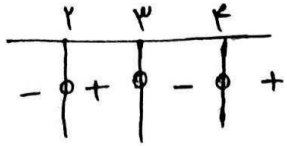


د) $-f(x)$

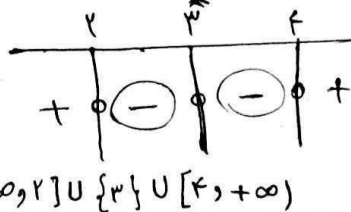


۵

الف) $\frac{x(x-2)(x-1)}{x-3}$



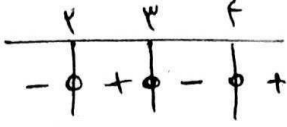
ب) $[2, 3] \cup [4, +\infty)$



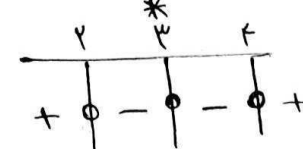
اعداد دارای ریشه
مضامین (مثلاً ۳)
ریشه به ریشه باشد
تغییر علامت نمی شود.

۶

الف) $\frac{x(x-2)(x-1)}{x-3}$

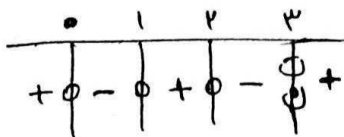


ب) $\frac{(x-2)(x-1)}{(x-3)(x-1)}$

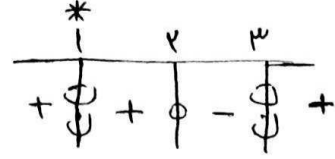


۷

الف) $\frac{x^2(x+1)(x-1)}{x-3}$



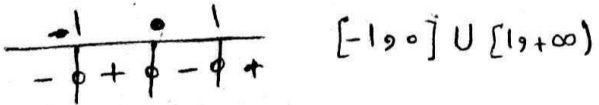
ب) $\frac{(x-2)(x-1)}{(x-3)(x-1)}$



۸

الف) $\frac{x^2(x+1)(x-1)}{x^2+x+2}$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(2) = -7$



ب) $\frac{x^2+x+2}{x^2+x+3}$

$\Delta = 1^2 - 4(3) = -11$

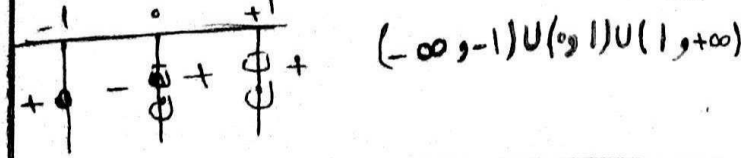
ریشه حقیقی ندارد. Δ منفی و ضرب x^2 مثبت پس صورت همیشه مثبت است. $\Rightarrow$ کل عبارت همیشه مثبت است. $D_f = \mathbb{R}$

۹

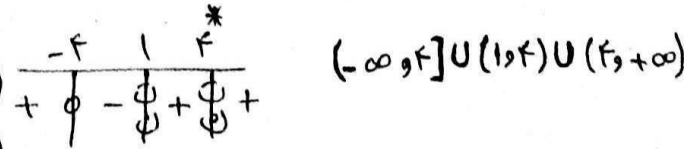
الف) $x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x(x-1)(x+1) = 0$

$x(x+1)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0, -1, 1$



ب) $\frac{(x-4)(x+4)}{(x-3)(x-1)}$



۱۰