سارا عزیزی　　تکلیف شماره ۳　　کلاس دهم

①

- $y^۳ - x = ۲x^۲ \xrightarrow{\text{تعریف ریاضی}} \begin{cases} y_۱^۳ = ۲x^۲ + x \\ y_۲^۳ = ۲x^۲ + x \end{cases} \to y_۱^۳ = y_۲^۳ \to y_۱ = y_۲ \to$ تابع است ✓
- $|y| + x^۲ = x + ۳ \xrightarrow{x=۱} |y| + ۱ = ۱ + ۳ \to |y| = ۳ \to y = \pm ۳ \to$ تابع نیست ✗
- $\underbrace{\sqrt{x-۴}}_{\text{همواره نامنفی}} + \underbrace{|y-۲|}_{\text{همواره نامنفی}} = ۰ \to$ نامنفی + نامنفی = ۰ → هر دو صفر → $\sqrt{x-۴} = ۰ \to x = ۴$ ، $|y-۲| = ۰ \to y = ۲$ → فقط یک نقطه → تابع است ✓
- $x = \cos y \xrightarrow{x=\frac{۱}{۲}} \frac{۱}{۲} = \cos y \to$ y ی برابر نقطه‌های ۶۰° و با مضارب ۳۶۰ درجه با ـــ → y های متمایز → تابع نیست ✗

---

②

الف) $y = \frac{x+۴}{x^۲ - ۴x} \to x^۲ - ۴x \neq ۰ \to x(x-۴) \neq ۰ \to x \neq ۰ ,\ x \neq ۴ \to D_f = \mathbb{R} - \{۰, ۴\}$

ب) $y = \frac{x+۴}{x^۲ - ۷x + ۱۶} \to \Delta = b^۲ - ۴ac = ۴۹ - ۶۴ = -۱۵ \to$ ریشه ندارد $\to D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{x+۴}{x^۲ + x + ۴} \to \Delta = b^۲ - ۴ac = ۱ - ۱۶ = -۱۵ \to$ ریشه ندارد $\to D_f = \mathbb{R}$

د) $y = \frac{x+۴}{x^۴ - ۴x^۲} = \frac{x+۴}{\underset{\underset{x(x+۲)}{\downarrow}}{(x^۲+۲x)}(x^۲-۲x)} = \frac{x+۴}{\underset{x(x+۲)}{\cancel{(x^۲+۲x)}}\, x(x-۲)} \to D_f = \mathbb{R} - \{۰, ۲, -۲\}$

---

③

الف) $y = \sqrt{۶-x} + \sqrt{x-۲} \to ۶ - x \geq ۰ \to x \leq ۶$ ، $x - ۲ \geq ۰ \to x \geq ۲ \to ۲ \leq x \leq ۶ \to [۲, ۶]$

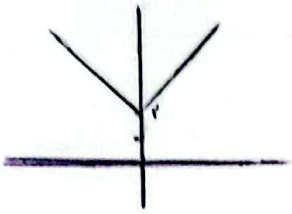
ب) $y = \frac{۳x+۱}{x^۲+۱} \to x^۲ + ۱ \neq ۰ \to x^۲ \neq -۱ \to D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{\sqrt{x-۲}}{x-۴} \to x - ۲ \geq ۰ \to x \geq ۲$ ، $x - ۴ \neq ۰ \to x \neq ۴ \to D_f = [۲, +\infty) - \{۴\}$

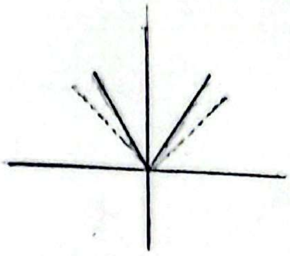
د) $y = \frac{۲x+۳}{\underset{\text{همواره نامنفی}}{|x|} + \underset{\text{همواره نامنفی}}{x^۲}} \to D_f = \mathbb{R} - \{۰\}$

④

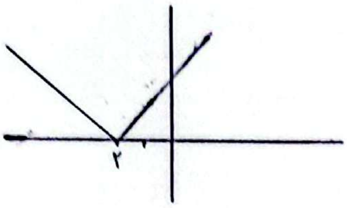
الف) $y=|x|+۲$



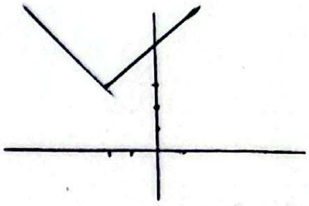
ب) $y=۲|x|$



ج) $y=|x+۲|$

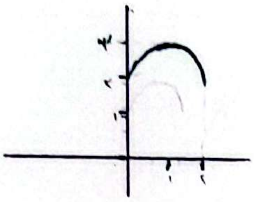


د) $|x+۲|+۳$

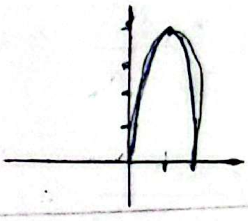


⑤

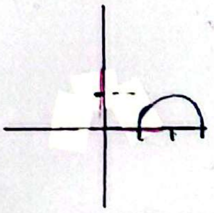
الف) $f(x)+۲$



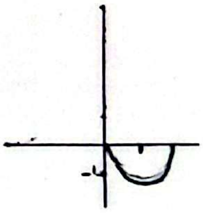
ب) $۲f(x)$



ج) $f(x-۱)$



د) $-f(x)$



⑥

الف) $y=(x-۲)(x-۳)(x-۴)$

	۲		۳		۴	
−	۰	+	۰	−	۰	+

ب) $y=(x-۲)(x-۳)^۲(x-۴)$

	۲		۳		۴	
+	۰	−	۰	−	۰	+

⑦

الف) $y=\frac{(x-۲)(x-۴)}{x-۳}$

	۲		۳		۴	
−	۰	+	تن	−	۰	+

ب) $y=\frac{(x-۲)(x-۴)}{(x-۳)^۲}$

	۲		۳		۴	
+	۰	−	تن	−	۰	+

⑧

الف) $y = \frac{x^۳ - ۳x + ۲}{x - ۳} = \frac{(x-۱)(x-۱)(x+۲)}{x-۳} = \frac{(x-۱)^۲(x+۲)}{x-۳}$

$\begin{array}{ccccccc} & -۲ & & ۱ & & ۳ & \\ \hline + & ۰ & - & ۰ & - & \nexists & + \\ & & & & & ۰ & \end{array}$

$\begin{array}{r|l} x^۳ - ۳x + ۲ & x-۱ \\ \hline & x^۲ + x - ۲ \\ ۰ & \downarrow \\ & (x+۲)(x-۱) \end{array}$

ب) $y = \frac{x^۲ - ۳x + ۲}{x^۲ - ۴x + ۳} = \frac{(x-۱)(x-۲)}{(x-۳)(x-۱)}$

$\begin{array}{ccccccc} & ۱ & & ۲ & & ۳ & \\ \hline + & \nexists & + & ۰ & - & \nexists & + \\ & ق & & & & ب & \end{array}$

---

⑨

الف) $y = \frac{x^۴ - x^۲}{x^۲ + x + ۲} = \frac{x^۲(x^۲-۱)}{x^۲+x+۲} = \frac{x^۲(x+۱)(x-۱)}{x^۲+x+۲}$

$\begin{array}{ccccccc} & -۱ & & ۰ & & ۱ & \\ \hline - & ۰ & + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$

ب) $y = \frac{x^۲ + ۳x + ۴}{x^۲ + ۲x + ۳} = \frac{x^۲ + ۳x + ۴}{x^۲ + ۲x + ۳}$ (تابع تجزیه نمیشه) → صورت و مخرج مثبت میشوند → + همیشه

---

⑩

الف) $\sqrt{\frac{x^۳ - ۱}{x^۳ - x}} = \sqrt{\frac{(x-۱)(x^۲+x+۱)}{x(x+۱)(x-۱)}}$

$x^۳ - x = x(x^۲-۱)$

$\downarrow$

$(x+۱)(x-۱)$

$\begin{array}{ccccccc} & -۱ & & ۰ & & ۱ & \\ \hline + & \nexists & - & \nexists & + & \nexists & + \end{array}$ → $(-\infty, -۱) \cup (۰, +\infty) - \{۱\}$

ب) $y = \sqrt{\frac{x^۲ - ۱۶}{x^۲ - ۵x + ۴}} = \sqrt{\frac{(x+۴)(x-۴)}{(x-۴)(x-۱)}}$

$\begin{array}{ccccccc} & -۴ & & ۱ & & ۴ & \\ \hline + & ۰ & - & \nexists & + & \nexists & + \end{array}$ $(-\infty, -۴] \cup (۱, +\infty) - \{۴\}$