

الف) $y^3 - x = 2x^2 \xrightarrow{\text{تبدیل}} \begin{cases} y_1^3 = 2x^2 + x \\ y_2^3 = 2x^2 + x \end{cases} \rightarrow y_1^3 = y_2^3 \xrightarrow{\text{ریشه}} y_1 = y_2$ تابع است - ۱

ب) $|y| + x^2 = x + 3 \rightarrow |y| = x + 3 - x^2 \rightarrow y = \pm(x + 3 - x^2) \rightarrow$ تابع نیست

ج) $\sqrt{x-2} + |y-2| = 0$ دو تابع نیست پس هر دو برابر صفر $\begin{cases} x-2=0 \rightarrow x=2 \\ |y-2|=0 \rightarrow y=2 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ این تابع در یک نقطه صدق می‌کند پس تابع است.

د) $x = \cos y \xrightarrow{\text{شال نقیص}} x = 0 \rightarrow y = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$ تابع نیست چون به ازای $x=0$ چندین y پیدا می‌شود.



الف) $y = \frac{x+4}{x^2-4x} \rightarrow x^2-4x=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

۲- اینر ریشه صریح رو به دست می‌آوریم
اینجا هم صیقله:

ب) $y = \frac{x+4}{x^2-4x+14} \rightarrow x^2-4x+14=0$

ج) $y = \frac{x+4}{x^2+x+4} \rightarrow x^2+x+4=0 \rightarrow \Delta = b^2-4ac = (1)^2 - 4(1)(4) = 1-16 = -15 \rightarrow \Delta < 0$
پس هیچ ریشه ندارد $D_f = \mathbb{R}$

د) $y = \frac{x+4}{x^4-4x^2} = x^2-4x^2 = x^2(x^2-4) \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=-2 \end{cases} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, \pm 2\}$

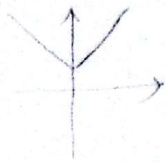
الف) $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2} \rightarrow \begin{cases} 4-x \geq 0 \rightarrow x \leq 4 \\ x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \end{cases} \rightarrow D_f = [2, 4]$

ب) $y = \frac{2x+1}{x^2+1} \rightarrow \begin{matrix} \oplus \checkmark \\ \ominus \checkmark \\ \odot \checkmark \end{matrix} \rightarrow D_f = \mathbb{R}$

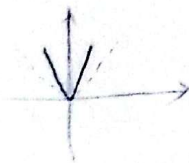
ج) $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4} \rightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \\ x-4 \neq 0 \rightarrow x \neq 4 \end{cases} \rightarrow D_f = (-\infty, 2] \cup (4, +\infty)$

د) $y = \frac{2x+3}{|x|+x^2} \rightarrow \begin{matrix} \oplus \checkmark \\ \ominus \checkmark \\ \odot \times \end{matrix} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$
چون در مخرج $(-1+)$ منفی رو صفر می‌کند.

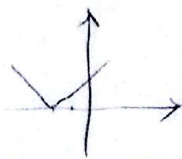
الف) $y = |x| + 2$ دو شاخه به سمت بالا می‌آید



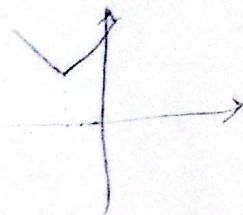
ب) $y = 2|x|$



ج) $y = |x+2|$



د) $y = |x+1| + 3$



هـ) $f(x) + 2$



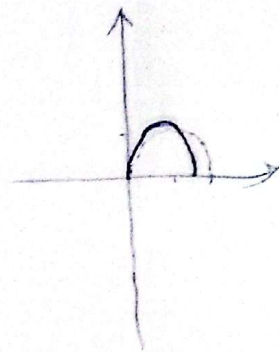
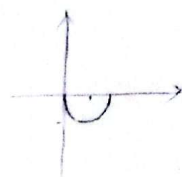
و) $2f(x)$



ز) $f(x-1)$

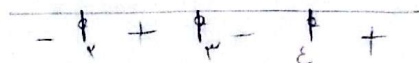


ح) $-f(x)$



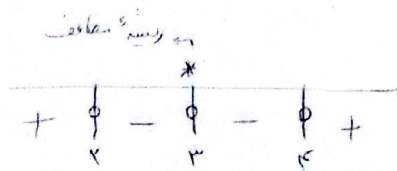
الف) $y = (x-2)(x-3)(x-4)$

$\begin{cases} x-2=0 \rightarrow x=2 \\ x-3=0 \rightarrow x=3 \\ x-4=0 \rightarrow x=4 \end{cases}$: ریشه‌های عبارت



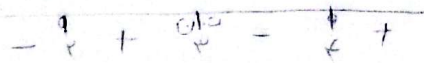
ب) $y = (x-2)(x-3)^2(x-4)$

$\begin{cases} x=2 \\ x=3 \\ x=4 \end{cases}$: ریشه‌های عبارت



الف) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{x-3}$

$\begin{cases} x=2 \\ x=4 \\ x \neq 3 \end{cases}$: ریشه‌های عبارت



ب) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$

$\begin{cases} x=2 \\ x=4 \\ x \neq 3 \end{cases}$: ریشه‌های عبارت



الف) $y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x - 3}$

- 11

ب) $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)}$ $\frac{*}{+ \frac{0}{1} + \frac{0}{3} - \frac{0}{3} +}$

$\begin{cases} x \neq 1 \\ x \leq 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$: ریشه ها

الف) $y = \frac{x^2 - x^2 - x^2(x-1)(x+1)}{x^2 - 1}$: ریشه ها

$x^2 + x + 2 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(1)(2) = 1 - 8 = -7 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow$ منفذ ریشه ندارد. یعنی آن نمی شود.

$- \frac{0}{-1} + \frac{0}{0} - \frac{0}{1} +$

ب) $y = \frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 2x + 3} = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+1)(x+2)}$ $\frac{*}{+ \frac{0}{-3} - \frac{0}{-2} + \frac{0}{-1} +}$

$\begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -2 \\ x = -3 \end{cases}$: ریشه ها

الف) $y = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x^2 - x}}$

تعیین ریشه ها :

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(1)(1) = 1 - 4 = -3 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow$ ریشه ندارد.

$\frac{x^3 - 1}{x^2 - x} \geq 0 \rightarrow \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x(x-1)(x+1)} \rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$ $\frac{*}{+ \frac{0}{-1} - \frac{0}{0} + \frac{0}{1} +}$

$D_f = (-\infty, -1) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 14}{x^2 - 6x + 4}}$

تعیین ریشه ها :

$\frac{x^2 - 14}{x^2 - 6x + 4} \geq 0 \rightarrow \frac{(x-4)(x+4)}{(x-1)(x-4)}$ $\begin{cases} x \neq 4 \\ x \neq -4 \\ x \neq 1 \end{cases}$ $\frac{*}{+ \frac{0}{-4} - \frac{0}{1} + \frac{0}{4} +}$

$D_f = (-\infty, -4] \cup (1, 4) \cup (4, +\infty)$

- 10