

سوال ۱

* الف $y = \sqrt{4 - \sqrt{4 - x}}$ $4 - \sqrt{4 - x} \geq 0$ $\Rightarrow \sqrt{4 - x} \leq 4$ $\Rightarrow 4 - x \leq 16$ $\Rightarrow -x \leq 12$ $\Rightarrow x \geq -12$ $\Rightarrow 1$

$4 - \sqrt{4 - x} \geq 0$ $\Rightarrow \sqrt{4 - x} \leq 4$ $\Rightarrow 4 - x \leq 16$ $\Rightarrow -x \leq 12$ $\Rightarrow x \geq -12$ $\Rightarrow 2$

$\Rightarrow 1 \cap 2 \Rightarrow D_f = [-12, 4]$

* ب $y = \sqrt{3 - \sqrt{x - 2}}$ $3 - \sqrt{x - 2} \geq 0$ $\Rightarrow \sqrt{x - 2} \leq 3$ $\Rightarrow x - 2 \leq 9$ $\Rightarrow x \leq 11$ $\Rightarrow 1$

$3 - \sqrt{x - 2} \geq 0$ $\Rightarrow \sqrt{x - 2} \leq 3$ $\Rightarrow x - 2 \leq 9$ $\Rightarrow x \leq 11$ $\Rightarrow 2$

$\Rightarrow 1 \cap 2 \Rightarrow D_f = [2, 11]$

سوال ۲

* الف $y = \sqrt{x - 2ax^2}$ $x - 2ax^2 \geq 0$ $\Rightarrow x(1 - 2ax) \geq 0$ $\Rightarrow x \geq 0$ و $1 - 2ax \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2a}$ $\Rightarrow D_f = [0, \frac{1}{2a}]$

* ب $3|x| - 9 \geq 0$ $|x| \geq 3$ $\Rightarrow x \leq -3$ یا $x \geq 3$ $\Rightarrow D_f = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

سوال ۳

* الف $y = \sqrt{\frac{|x| + 1}{|x| - 3}}$ $\frac{|x| + 1}{|x| - 3} \geq 0$ $\Rightarrow |x| + 1 \geq 0$ (همیشه) و $|x| - 3 > 0 \Rightarrow |x| > 3 \Rightarrow x < -3$ یا $x > 3$ $\Rightarrow D_f = (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$

* ب $y = \sqrt{\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}}$ $\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} \geq 0$ $\Rightarrow \sqrt{x} + 1 \geq 0$ (همیشه) و $\sqrt{x} - 3 > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 3 \Rightarrow x > 9$ $\Rightarrow D_f = [9, +\infty)$

* سوال ۴: $y = \frac{\sqrt{3-|x|}}{|x|+2}$ $3-|x| \geq 0 \quad |x| \leq 3 \rightarrow [-3, 3]$

همیشه برقرار است. زیرا قدر مطلق هر عددی که عدد حقیقی مثبت است $|x| \neq -2$ $|x|+2 \neq 0$
 $\Rightarrow D_f = [-3, 3]$

* $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{|x|-1}$ $4-x^2 \geq 0 \quad x^2 \leq 4 \rightarrow -2 \leq x \leq 2$
 $|x|-1 \neq 0 \quad |x| \neq 1 \Rightarrow x \neq 1, x \neq -1$
 $\Rightarrow D_f = [-2, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, 2]$

* سوال ۵: اگر $x+|x|$ باشد حاصل را در کمال مغز و کمال تعریف نشده می باشد پس $x+|x|$ باید همان بزرگتر از صفر باشد
 $x+|x| \geq 0 \quad x \geq |x|$
 $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\} \quad \underline{\quad} \quad D_f = (0, +\infty)$

* $y = \frac{1}{x|x|}$ $x|x| \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow x > 0 \quad \underline{\quad} \quad x < 0$
 $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\} \quad \underline{\quad} \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

* سوال ۶: $y = \sqrt{2-[x]}$ $2-[x] \geq 0 \quad 2 \geq [x] \rightarrow [x] \leq 2$
 $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\} \quad \underline{\quad} \quad D_f = (-\infty, 2]$

* $y = \frac{1}{\sqrt{2-[x]}}$ $2-[x] \geq 0 \quad 2 \geq [x]$ باید بزرگتر از صفر باشد تا خارج تعریف شده باشد.
 $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\} \quad \underline{\quad} \quad D_f = (-\infty, 2)$

* سوال ۷: $y = \frac{1}{x[x]}$ $x[x] \neq 0 \rightarrow [0, 1)$ $\underline{\quad}$ x نباید صفر باشد یا ۱ باشد.
 $D_f = \mathbb{R} - [0, 1) \quad \underline{\quad} \quad D_f = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$

* اب $y = \frac{1}{\sqrt{-x[x]}}$ $\rightarrow -x[x] \neq 0 \rightarrow x \neq 0$
 $\rightarrow x \notin [0, 1)$

عبارت زیر را در کمال سادگی بنویسید. $x > 0$ برای اعداد مثبت صدق نمی کند. برای اعداد منفی صدق نمی کند.
 برای $x < 0$ صدق می کند. برای اعداد مثبت صدق نمی کند. برای اعداد منفی صدق می کند.

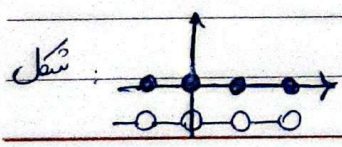
* سوال ۱۱: برای $x = \frac{1}{3}$ یا $x = -\frac{1}{3}$ می کنیم $[x - \frac{1}{3}] + [x + \frac{1}{3}] > 0$

$[x + \frac{1}{3} - 1] + [x + \frac{1}{3}] > 0 \rightarrow [x + \frac{1}{3}](-1) + [x + \frac{1}{3}] > 0$

$2[x + \frac{1}{3}] > 1 \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۲}} [x + \frac{1}{3}] > \frac{1}{2} \rightarrow x > \frac{1}{3} \rightarrow D_f = [\frac{1}{3}, +\infty)$

* اب $y = [x - \frac{1}{3}] + [x + \frac{1}{3}]$ $[x - \frac{1}{3}] + [-x + \frac{1}{3}] > 0 \rightarrow [x - \frac{1}{3}] + (-[x - \frac{1}{3}]) > 0$
 از متنی فکتوری کنیم

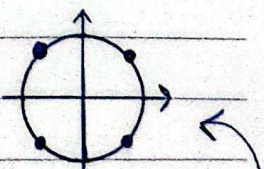
نتیجه: $\begin{cases} [x] + [-x] \rightarrow x \in \mathbb{Z} \rightarrow [x] + [-x] = 0 \rightarrow x - \frac{1}{3} \in \mathbb{Z} \\ \rightarrow x \notin \mathbb{Z} \rightarrow [x] + [-x] = -1 \end{cases}$



$\Rightarrow D_f = [\frac{1}{3}, +\infty) \cup D_f = \{x \mid x = k - \frac{1}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$

* سوال ۹: اب $y = \frac{1}{k \sin^2 x - 1}$ $k \sin^2 x - 1 \neq 0$
 $k \sin^2 x \neq 1 \rightarrow \sin^2 x \neq \frac{1}{k} \rightarrow \sin x \neq \pm \sqrt{\frac{1}{k}}$

اب $\rightarrow \pm \sqrt{\frac{1}{k}} = \pm \frac{1}{\sqrt{k}} = \pm \frac{\sqrt{k}}{k} \Rightarrow \sin x \neq \pm \frac{\sqrt{k}}{k}$



$D_f = \mathbb{R} - \left\{ kx + \frac{x}{k}, kx - \frac{x}{k} \right\}$

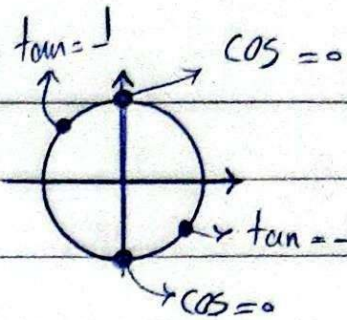
نقطه‌های نهی: $\frac{\sqrt{k}}{k}$ و $-\frac{\sqrt{k}}{k}$

مسائل

* ب) $\frac{\cot x + 1}{\tan x + 1}$

① $\tan x + 1 \neq 0 \quad \tan x \neq -1 \rightarrow \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

② $\tan = \frac{\sin}{\cos} \Rightarrow \cos \neq 0 \rightarrow \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

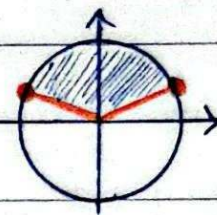


$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{3\pi}{4} \right\}$$

* الف) $y = \sqrt{y \sin x - 1}$

$y \sin x - 1 \geq 0 \rightarrow y \sin x \geq 1$

$\sin x \geq \frac{1}{y}$



سؤال ٤٥

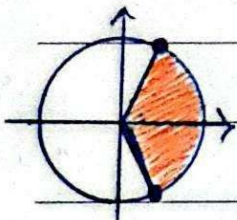
$$D_f = \left[yk\pi + \frac{\pi}{4}, yk\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \right]$$

* ب) $y = \sqrt{1 - y \cos x}$

$1 - y \cos x \geq 0$

$y \cos x \leq 1 \quad \cos x \leq \frac{1}{y}$

تقسيم بر ٢



$$D_f = \left[yk\pi + \frac{\arccos \frac{1}{y}}{y}, yk\pi + \frac{\pi}{y} \right] \cup \left[yk\pi - \frac{\pi}{y}, yk\pi + \frac{\pi}{y} \right]$$