۱۸/۲۵

نام و نام خانوادگی: هلنا عامری — پاسخنامه تکلیف شماره ۶ — کلاس: دهم A

۲

سوال ۱)

الف) $y = \dfrac{x+4}{4x^3 - 20x^2 + 31x - 15}$

$$4x^3 - 20x^2 + 31x - 15 \div (x-1) \rightarrow \boxed{x \neq 1}$$

$$-4x^3 + 4x^2$$

$$-16x^2 + 31x$$

$$16x^2 - 16x$$

$$15x - 15$$

$$-15x + 15$$

$$0$$

$4x^2 - 16x + 15 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-16)^2 - 4(4)(15)$

$\Delta = 256 - 240 = 16$

$\Rightarrow x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \dfrac{-(-16) \pm \sqrt{16}}{2(4)} \Rightarrow x = \dfrac{16 \pm 4}{8}$

$\rightarrow x = \dfrac{20}{8} = \boxed{2/5} = \dfrac{5}{2}$

$\rightarrow x = \dfrac{12}{8} = \boxed{1/5} = \dfrac{3}{2}$

$D_f = \mathbb{R} - \{1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}$

ب) $\dfrac{x+3}{3x^3 - x^2 + 8x - 4}$

$$3x^3 - x^2 + 8x - 4 \div (x+1) \rightarrow \boxed{x \neq -1}$$

$$-3x^3 - 3x^2$$

$$-4x^2 - 8x$$

$$+4x^2 + 4x$$

$$-4x - 4$$

$$4x + 4$$

$$0$$

$3x^2 - 4x - 4 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-4)^2 - 4(3)(-4)$

$\Delta = 16 + 48 = 64$

$x = \dfrac{4 \pm 8}{6} \rightarrow \dfrac{4+8}{6} = 2$

$\rightarrow \dfrac{4-8}{6} = -\dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-1, 2, -\frac{2}{3}\}$

۳

سوال ۲)

الف) $y = \dfrac{x+1}{x - \sqrt{3-2x}}$

① $3 - 2x \geq 0 \rightarrow 3 \geq 2x \rightarrow x \leq \dfrac{3}{2}$

② $x - \sqrt{3-2x} \neq 0 \rightarrow x \neq \sqrt{3-2x} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} x^2 \neq 3 - 2x \rightarrow x^2 + 2x - 3 \neq 0$

$(x+3)(x-1) \neq 0$
$\;\;-3 \;\;\;\;\;\; 1$

اگر $x = -3 \rightarrow x \geq 0$ نقض می‌شود و جواب درست نمی‌دهد $\rightarrow (-3) \stackrel{?}{=} \sqrt{3 - 2(-3)} = \sqrt{3+6} = \sqrt{9} = (3)$ ✗

اگر $x = 1$ ✓ $\rightarrow 1 = \sqrt{3 - 2(1)} \Rightarrow 1 = 1$ $\quad \Rightarrow D_f = (-\infty, \frac{3}{2}] - \{1\}$

LINE NOTE

Scanned with CamScanner

ب) $y=\frac{x+2}{x-\sqrt{3x-2}}$ ① $3x-2\geq 0 \quad 3x\geq 2 \quad x\geq \frac{2}{3}$

② $x-\sqrt{3x-2}\neq 0 \rightarrow x\neq \sqrt{3x-2} \xrightarrow[\text{توان ۲}]{} x^2\neq 3x-2 \rightarrow x^2-3x+2\neq 0$

$(x-1)(x-2)\neq 0$

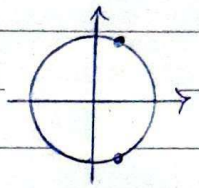
$\rightarrow$ اگر $x=1 \rightarrow \sqrt{1}=\sqrt{3(1)-2}$ ✓

$\rightarrow$ اگر $x=2 \rightarrow \sqrt{4}=\sqrt{3(2)-2}$ ✓

$D_f=[\frac{2}{3},+\infty)-\{1,2\}$

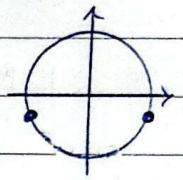
سوال ۳)

الف) $y=\frac{\sin x}{2\cos x-1} \rightarrow 2\cos x-1\neq 0 \quad 2\cos x\neq 1 \quad \cos x\neq \frac{1}{2}$



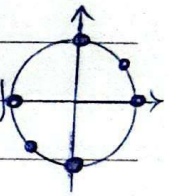
$D_f=\mathbb{R}-\{2k\pi+\frac{\pi}{3}, 2k\pi-\frac{\pi}{3}\}$

ب) $y=\frac{\cos x+1}{2\sin x+1} \rightarrow 2\sin x+1\neq 0 \quad 2\sin x\neq -1 \rightarrow \sin x\neq -\frac{1}{2}$



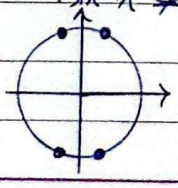
$D_f=\mathbb{R}-\{2k\pi+\frac{7\pi}{6}, 2k\pi+\frac{11\pi}{6}\}$

ج) $y=\frac{\tan x+2}{\cot x-1} \rightarrow \cot x-1\neq 0 \quad \cot x\neq 1 \quad \cot=\frac{\cos}{\sin} \Rightarrow \sin\neq 0$



$D_f=\mathbb{R}-\{k\pi+\frac{\pi}{2}, k\pi, k\pi+\frac{\pi}{4}\}$

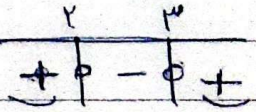
د) $y=\frac{\sin x+1}{4\sin^2 x-3} \rightarrow 4\sin^2 x-3\neq 0 \quad 4\sin^2 x\neq 3 \quad \sin^2 x\neq \frac{3}{4} \rightarrow \sin x\neq \pm\sqrt{\frac{3}{4}} \rightarrow \sin x\neq \frac{\pm\sqrt{3}}{2}$



$D_f=\mathbb{R}-\{k\pi+\frac{\pi}{3}, k\pi+\frac{2\pi}{3}\}$

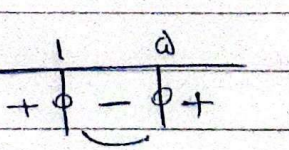
سوال ۴)

الف) $x^2-5x+6>0 \quad (x-3)(x-2)>0$



$D_f=(-\infty,2)\cup(3,+\infty)$

ب) $x^2-4x+5<0 \quad (x-5)(x-1)<0$



$D_f=(1,5)$

LINE NOTE

Scanned with CamScanner

ج) $x^2+6x+5 \geq 0$ $\quad (x+5)(x+1) \geq 0$ $\quad -5, -1$ $\quad D_f=(-\infty,-5]\cup[-1,+\infty)$

د) $x^2-7x+6 \leq 0$ $\quad (x-6)(x-1) \leq 0$ $\quad 1, 6$ $\quad [1,6]$

سوال ۵)

الف) $\frac{x^2-3x+2}{x-5} < 0$ $\quad \frac{(x-2)(x-1)}{x-5} < 0$ $\quad 1, 2, 5$ $\quad D_f=(-\infty,-1)\cup(2,5)$ (۱٫۲۵)

ب) $\frac{x^2-1}{x^2-6x+5} \geq 0$ $\quad \frac{(x-1)(x+1)}{(x-5)(x-1)} \geq 0$ $\quad -1, 1^*, 5$ $\quad D_f=(-\infty,-1]\cup(5,+\infty)$ (۱٫۲۵)

سوال ۶)

الف) $y=\sqrt{\frac{x^2-4x+3}{x^2-1}}$ $\quad \frac{x^2-4x+3}{x^2-1} \geq 0$ $\quad \frac{(x-3)(x-1)}{(x^2+x+1)(x-1)} = \frac{x-3}{x^2+x+1} \geq 0$ (۲)

$x \neq 1$

Δ مخرج منفی است پس مخرج همیشه مثبت است.

$\Rightarrow$ پس صورت هم باید مثبت باشد، یعنی $x \geq 3$

$D_f=[3,+\infty)$

ب) $y=\sqrt[3]{\frac{x^2-4x+3}{x^2-1}}$ $\quad \frac{x^2-4x+3}{x^2-1} \in \mathbb{R} \Rightarrow x^2-1 \neq 0 \quad x^2 \neq 1 \rightarrow x \neq \pm 1$

$D_f=\mathbb{R}-\{1,-1\}$

سوال ۷)

الف) $y=\log(x^2-3x)$ $\quad x^2-3x > 0$ $\quad x(x-3) > 0$ $\quad 0, 3$ $\quad D_f=(-\infty,0)\cup(3,+\infty)$ (۲)

ب) $y=\log_{|x|-2}^{14-x^2}$ $\quad 14-x^2 > 0 \quad 14 > x^2 \rightarrow x \in (4, x) - 4$

$|x|-2 > 0 \quad |x| > 2 \rightarrow x > 2, x < -2$

$|x|-2 \neq 1 \quad |x| \neq 3 \rightarrow x \neq 3, -3$

$D_f=(-4,-3)\cup(-3,-2)\cup(2,3)\cup(3,4)$

Scanned with CamScanner

ج) $y = \log_{10-x} \frac{x^2-7x+12}{x-3}$ ① $\frac{x^2-7x+12}{x-3} > 0$ $\frac{(x-3)(x-4)}{x-3} > 0$ (3 و 4: $- \; - \; +$) $(4,+\infty)$

② $10-x > 0$ $10 > x$ ، $10-x \neq 1 \to x \neq 9$ $\Rightarrow D_f = (4,10) - \{9\}$

د) $y = \sqrt{x^2-11x+28} + \log_x \sqrt{36-x^2}$ زیر رادیکال $(x-4)(x-7) \geq 0$ (4 و 7: $+ \; - \; +$) $(-\infty,4] \cup [7,+\infty)$

مبنا صفر نمی‌تواند باشد. $36-x^2 > 0 \to 36 > x^2 \to 6 > x$ ، $x > -6$ ، $x \neq 1$

$\Rightarrow D_f = (0,1) \cup (1,4]$

سوال ۸) $y = \frac{x^2-x}{x^2+x} = \frac{x(x-1)}{x(x+1)}$ آپارتمانی

	-1	0 *	1	
x^2-x	+	+ 0	− 0	+
x^2+x	+ 0	− 0	+	+
$P(x)$	+ 0	− 0	− 0	+

روش سریع: (-1 ، 0 * ، 1): $+ \; - \; - \; +$

۲

سوال ۹) $\frac{x-f(x)}{f(x)} \geq 0$ پس در این صورت، باید هم مخرج و هم صورت مثبت یا هر دو منفی باشند. $f(x) \neq 0$ و ≥ 0

ریشه $f(x) \to x \neq 2, -2$ ✓

ریشه $f(x) \Rightarrow 2$ و -2 زیرا در این نقاط محور قطع شده.

$f(x) < 0 \to (-2,2)$ $f(x) > 0 \to (-\infty,-2) \cup (2,+\infty)$

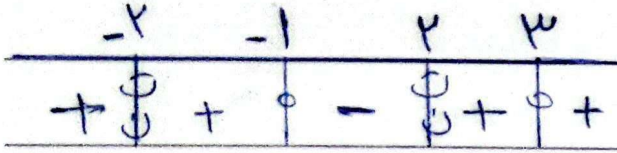
۰/۵

چون صورت و مخرج باید هم علامت باشند داریم: ① $f(x)-x \leq 0$ ، $f(x) > 0$

② $f(x)-x \geq 0$ ، $f(x) < 0$

ادامه سوال ۹ ←

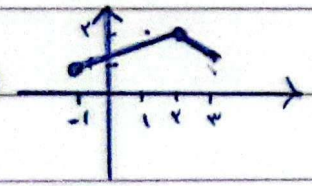
$(-\infty, -2) \cup (-2, -1] \cup (2, +\infty)$



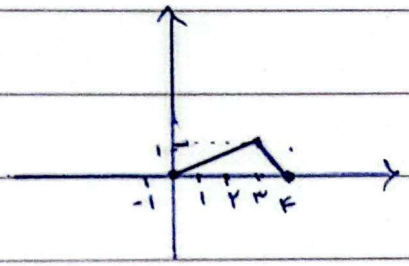
سوال ۱۰ ام

۱۰

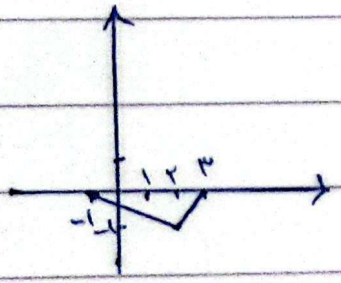
الف)



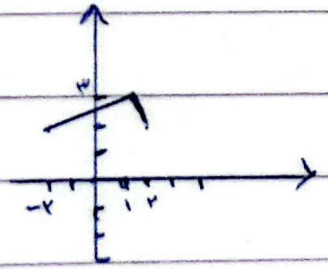
ب)



ج)



د)



Scanned with CamScanner