نام و نام خانوادگی: هلنا عامری   پاسخنامه تکلیف شماره ۶   کلاس: دهم A

سوال ۱

الف) $y = \frac{x+۴}{۴x^۳ - ۲۰x^۲ + ۳۱x - ۱۵} \rightarrow$

$$\begin{array}{r|l} ۴x^۳ - ۲۰x^۲ + ۳۱x - ۱۵ & \boxed{x-۱} \rightarrow \boxed{x \neq ۱} \\ \underline{-۴x^۳ + ۴x^۲} & ۴x^۲ - ۱۶x + ۱۵ \\ -۱۶x^۲ + ۳۱x & \\ \underline{۱۶x^۲ - ۱۶x} & \\ ۱۵x - ۱۵ & \\ \underline{-۱۵x + ۱۵} & \\ ۰ & \end{array}$$

$۴x^۲ - ۱۶x + ۱۵ \rightarrow \Delta = b^۲ - ۴ac$

$\Delta = (-۱۶)^۲ - ۴(۴)(۱۵)$

$\Delta = ۲۵۶ - ۲۴۰ = ۱۶$

$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} \Rightarrow \frac{-(-۱۶) \pm \sqrt{۱۶}}{۲(۴)} \Rightarrow x = \frac{۱۶ \pm ۴}{۸} \rightarrow x = \frac{۲۰}{۸} = \boxed{۲,۵} = \frac{۵}{۲}$

$\qquad \hookrightarrow x = \frac{۱۲}{۸} = \boxed{۱,۵} = \frac{۳}{۲}$

$D_f = \mathbb{R} - \{۱ \text{ و } \frac{۳}{۲} \text{ و } \frac{۵}{۲}\}$

ب) $\frac{x+۳}{۳x^۳ - x^۲ + ۸x - ۴} \rightarrow$

$$\begin{array}{r|l} ۳x^۳ - x^۲ + ۸x - ۴ & x+۱ \rightarrow \boxed{x \neq -۱} \\ \underline{-۳x^۳ - ۳x^۲} & ۳x^۲ - ۴x - ۴ \\ -۴x^۲ - ۸x & \\ \underline{+۴x^۲ + ۴x} & \\ -۴x - ۴ & \\ \underline{۴x + ۴} & \\ ۰ & \end{array}$$

$\rightarrow \Delta = b^۲ - ۴ac$

$\Delta = (-۴)^۲ - ۴(۳)(-۴)$

$\Delta = ۱۶ + ۴۸ = ۶۴$

$x = \frac{۴ \pm ۸}{۶} \rightarrow \frac{۴+۸}{۶} = ۲$

$\qquad \hookrightarrow \frac{۴-۸}{۶} = -\frac{۲}{۳}$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-۱ \text{ و } ۲ \text{ و } -\frac{۲}{۳}\}$

سوال ۲

الف) $y = \frac{x+۱}{x - \sqrt{۳-۲x}}$

① $۳ - ۲x \geq ۰ \rightarrow ۳ \geq ۲x \rightarrow x \leq \frac{۳}{۲}$

② $x - \sqrt{۳-۲x} \neq ۰ \rightarrow x \neq \sqrt{۳-۲x} \xrightarrow[\text{به توان ۲ می‌رسانیم}]{} x^۲ \neq ۳ - ۲x \rightarrow x^۲ + ۲x - ۳ \neq ۰$

$\underbrace{(x+۳)}_{-۳}\underbrace{(x-۱)}_{۱} \neq ۰$

اگر $x = -۳ \rightarrow x \geq ۰$ نقض می‌شود و جواب درست نمی‌دهد. $\rightarrow \textcircled{-۳} \overset{?}{=} \sqrt{۳-۲(-۳)} = \sqrt{۳+۶} = \sqrt{۹} = \textcircled{۳}$ ✗

اگر $x = ۱$ ✓ $\rightarrow ۱ = \sqrt{۳-۲(۱)} \Rightarrow ۱ = ۱ \quad \Rightarrow D_f = (-\infty \text{ و } \frac{۳}{۲}] - \{۱\}$

ب) $y = \dfrac{x+۲}{x-\sqrt{۳x-۲}}$ ① $۳x-۲ \geq ۰$ $۳x \geq ۲$ $x \geq \dfrac{۲}{۳}$

② $x-\sqrt{۳x-۲} \neq ۰ \rightarrow x \neq \sqrt{۳x-۲} \xrightarrow[\text{توان ۲}]{} x^۲ \neq ۳x-۲ \rightarrow x^۲-۳x+۲ \neq ۰$

$\underbrace{(x-۱)}_{۱}\underbrace{(x-۲)}_{۲} \neq ۰$

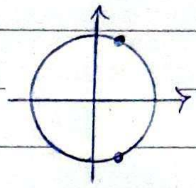
$\rightarrow$ اگر $x=۱ \rightarrow \sqrt{۱} = \sqrt{۳(۱)-۲}$ ✓

$\rightarrow$ اگر $x=۲ \rightarrow \sqrt{۴} = \sqrt{۳(۲)-۲}$ ✓

$\Big\} D_f = \left[\dfrac{۲}{۳}, +\infty\right) - \{۱, ۲\}$

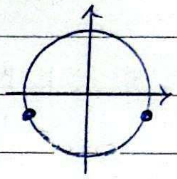
سوال ۳)

الف) $y = \dfrac{\sin x}{۲\cos x - ۱} \rightarrow ۲\cos x - ۱ \neq ۰$ $۲\cos x \neq ۱$ $\cos x \neq \dfrac{۱}{۲}$



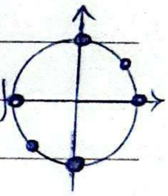
$D_f = \mathbb{R} - \left\{۲k\pi + \dfrac{\pi}{۳}, ۲k\pi - \dfrac{\pi}{۳}\right\}$

ب) $y = \dfrac{\cos x + ۱}{۲\sin x + ۱} \rightarrow ۲\sin x + ۱ \neq ۰$ $۲\sin x \neq -۱ \rightarrow \sin x \neq -\dfrac{۱}{۲}$



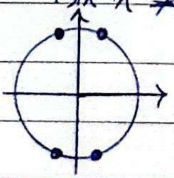
$D_f = \mathbb{R} - \left\{۲k\pi + \dfrac{۷\pi}{۶}, ۲k\pi + \dfrac{۱۱\pi}{۶}\right\}$

ج) $y = \dfrac{\tan x + ۲}{\cot x - ۱} \rightarrow \cot x - ۱ \neq ۰$ $\cot x \neq ۱$ $\cot = \dfrac{\cos}{\sin} \Rightarrow \sin \neq ۰$



$D_f = \mathbb{R} - \left\{k\pi + \dfrac{\pi}{۲}, k\pi, k\pi + \dfrac{\pi}{۴}\right\}$

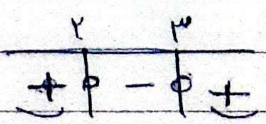
د) $y = \dfrac{\sin x + ۱}{۴\sin^۲ x - ۳} \rightarrow ۴\sin^۲ x - ۳ \neq ۰$ $۴\sin^۲ x \neq ۳$ $\sin^۲ x \neq \dfrac{۳}{۴} \rightarrow \sin x \neq \pm\sqrt{\dfrac{۳}{۴}} \rightarrow \sin x \neq \dfrac{\pm\sqrt{۳}}{۲}$



$D_f = \mathbb{R} - \left\{k\pi + \dfrac{\pi}{۳}, k\pi + \dfrac{۲\pi}{۳}\right\}$

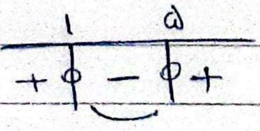
سوال ۴)

الف) $x^۲ - ۵x + ۶ \geq ۰$ $\overset{۳}{\overbrace{(x-۳)}}\overset{۲}{\overbrace{(x-۲)}} \geq ۰$



$D_f = (-\infty, ۲) \cup (۳, +\infty)$

ب) $x^۲ - ۶x + ۵ < ۰$ $\overset{۵}{\overbrace{(x-۵)}}\overset{۱}{\overbrace{(x-۱)}} < ۰$



$D_f = (۱, ۵)$

Scanned with CamScanner

ج) $x^2+6x+5\geq 0$ $(\overset{-5}{x+5})(\overset{-1}{x+1})\geq 0$ $\begin{array}{c|c|c} & -5 & -1 \\ \hline + & - & + \end{array}$ $D_f=(-\infty,-5]\cup[-1,+\infty)$

د) $x^2-7x+6\leq 0$ $(x-6)(x-1)\leq 0$ $\begin{array}{c|c|c} & 1 & 6 \\ \hline + & - & + \end{array}$ $[1,6]$

سوال ۵)

الف) $\frac{x^2-3x+2}{x-5}>0$ $\frac{(\overset{2}{x-2})(\overset{1}{x-1})}{\underset{5}{x-5}}>0$ $\begin{array}{c|c|c|c} & 1 & 2 & 5 \\ \hline - & + & - & + \end{array}$ $D_f=(-\infty,-1)\cup(2,5)$

ب) $\frac{x^2-1}{x^2-6x+5}\geq 0$ $\frac{(\overset{1}{x-1})(\overset{-1}{x+1})}{(\underset{5}{x-5})(\underset{1}{x-1})}\geq 0$ $\begin{array}{c|c|c|c} & -1 & \overset{*}{1} & 5 \\ \hline + & - & - & + \end{array}$ $D_f=(-\infty,-1]\cup[5,+\infty)$

سوال ۶)

الف) $y=\sqrt{\frac{x^2-4x+3}{x^3-1}} \to \frac{x^2-4x+3}{\underbrace{x^3-1}_{x\neq 1}}\geq 0$ $\frac{(x-3)\cancel{(x-1)}}{(x^2+x+1)\cancel{(x-1)}}=\frac{x-3}{x^2+x+1}\geq 0$

Δ مخرج منفی است پس مخرج همیشه مثبت است.

⇐ پس صورت هم باید مثبت باشد. یعنی $x\geq 3$

$D_f=[3,+\infty)$

ب) $y=\sqrt[3]{\frac{x^2-4x+3}{x^2-1}}$ $\frac{x^2-4x+3}{x^2-1}\in\mathbb{R}\Rightarrow x^2-1\neq 0$ $x^2\neq 1\to x\neq\pm 1$

$D_f=\mathbb{R}-\{1,-1\}$

سوال ۷)

الف) $y=\log(x^2-3x)$ $x^2-3x>0$ $x(x-3)>0$ $\begin{array}{c|c|c} & 0 & 3 \\ \hline + & - & + \end{array}$ $D_f=(-\infty,0)\cup(3,+\infty)$

ب) $y=\log_{|x|-2}^{16-x^2}$ $16-x^2>0$ $16>x^2\to x<4\,,\ x>-4$

$|x|-2>0$ $|x|>2\to x>2$ و $x<-2$

$|x|-2\neq 1$ $|x|\neq 3\to x\neq 3,-3$

$D_f=(-4,-3)\cup(-3,-2)\cup(2,3)\cup(3,4)$

LINE NOTE

Scanned with CamScanner

ج) $y=\log_{۱۰-x}\frac{x^۲-۷x+۱۲}{x-۳}$ ① $\frac{x^۲-۷x+۱۲}{x-۳}>۰$ $\frac{(x-۳)(x-۴)}{x-۳}>۰$

	۳*		۴	
−	○	−	○	+

$(۴,+\infty)$

② $۱۰-x>۰$ $۱۰>x$ ، $۱۰-x\neq ۱ \to x\neq ۹ \Rightarrow D_f=(۴,۱۰)-\{۹\}$

د) $y=\sqrt{x^۲-۱۱x+۲۸}+\log_x\sqrt{۳۶-x^۲}$ زیر رادیکال $(x-۴)(x-۷)\geq ۰$

	۴		۷	
+	○	−	○	+

$(-\infty,۴]\cup[۷,+\infty)$

مساوی صفر نمی‌تواند باشد.

$۳۶-x^۲>۰ \to ۳۶>x^۲ \to ۶>x$ ، $x>-۶$ ، $x\neq ۱$

$\Rightarrow D_f=(۰,۱)\cup(۱,۴]$

سوال ۸) روش سریع

	-۱		۰*		۱	
+	○	−	○	−	○	+

$y=\frac{x^۲-x}{x^۲+x}=\frac{x(x-۱)}{x(x+۱)}$ آپاراتی →

		-۱		۰*		۱	
$x^۲-x$	+		+	○	−	○	+
$x^۲+x$	+	○	−	○	+		+
$P(x)$	+	○	−	○	−	○	+

سوال ۹) پس در این صورت، باید هم مخرج و هم صورت مثبت یا هر دو منفی باشند

$\frac{x-f(x)}{f(x)}\geq ۰$ و $f(x)\neq ۰$ (ریشه‌های $f(x) \to x\neq ۲,-۲$)

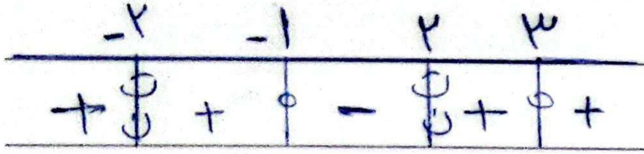
ریشه $f(x) \Rightarrow$ ۲ و ۲- زیرا در این نقاط محور قطع شده.

$f(x)<۰ \to (-۲,۲)$ $f(x)>۰ \to (-\infty,-۲)\cup(۲,+\infty)$

چون صورت و مخرج باید هم علامت باشند داریم: ① $۰<f(x)-x$ $۰<f(x)$

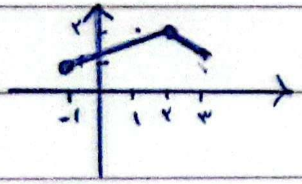
② $۰>f(x)-x$ $۰>f(x)$

ادامه سوال ۹ ← (-∞ و -۲) ∪ (-۲ و -۱] ∪ (۲ و +∞)

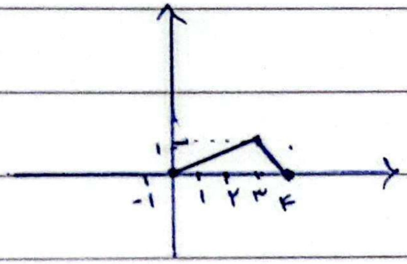


سوال ۱۰ ام

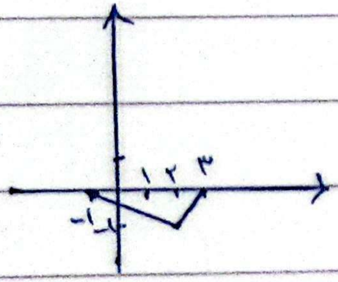
الف)



ب)



ج)



د)