ساعتشمری — تکلیف ۵ — کلاس دوم (A) جمعه‌ها

۲۵ عالی

۱) الف) $۴x^۳ - ۲۰x^۲ + ۳۱x - ۱۵ = (x-۱)\underbrace{(۴x^۲ - ۱۶x + ۱۵)}_{✓} \neq ۰$

$\Delta = (-۱۶)^۲ - ۴ \times ۴ \times ۱۵ = ۲۵۶ - ۲۴۰ = ۱۶$

$x = \frac{۱۶ \pm \sqrt{۱۶}}{۸} = \frac{۱۶ \pm ۴}{۸} \rightarrow x = \frac{۲۸}{۸} = \frac{۵}{۲}$ ، $\rightarrow x = \frac{۱۲}{۸} = \frac{۳}{۲}$

$x = ۱ \quad x = \frac{۵}{۲} \quad x = \frac{۳}{۲}$

$۴x^۳ - ۲۰x^۲ + ۳۱x - ۱۵ = (x-۱)(۲x-۵)(۲x-۳)$

$D_f = \mathbb{R} - \{۱, \frac{۳}{۲}, \frac{۵}{۲}\}$

ب) $۳x^۳ - x^۲ - ۸x - ۴ = \underbrace{(x+۱)}_{x \neq -۱}\underbrace{(۳x^۲ - ۴x - ۴)}_{✓} \neq ۰$

$\Delta = (-۴)^۲ - ۴ \times ۳(-۴) = ۶۴$

$x = \frac{۴ \pm \sqrt{۶۴}}{۶} = \frac{۴ \pm ۸}{۶} \rightarrow x = \frac{۱۲}{۶} = ۲$ ، $\rightarrow x = -\frac{۴}{۶} = -\frac{۲}{۳}$

$D_f = \mathbb{R} - \{-۱, -\frac{۲}{۳}, ۲\}$

۳

۲) الف) $۳ - ۲x \geqslant ۰ \quad ۲x \geqslant ۳ \quad x \geqslant \frac{۳}{۲} \quad (-\infty, \frac{۳}{۲}]$

$x - \sqrt{۳ - ۲x} \neq ۰ \quad x^۲ \neq ۳ - ۲x \ ,\ x^۲ + ۲x - ۳ \neq ۰$

$(x+۳)(x-۱)$

$x = -۳ \quad x = ۱$

در تعریف نمی‌شود.

$D_f = (-\infty, \frac{۳}{۲}] - \{۱\}$

ب) $۳x - ۲ \geqslant ۰ \quad ۳x \geqslant ۲ \quad x \geqslant \frac{۲}{۳} \quad [\frac{۲}{۳}, +\infty)$

$x - \sqrt{۳x - ۲} \neq ۰ \quad x^۲ \neq ۳x - ۲ \quad x^۲ - ۳x + ۲ \neq$

$(x-۱)(x-۲)$

$x = ۱ \quad x = ۲$

$D_f = [\frac{۲}{۳}, +\infty) - \{۱, ۲\}$

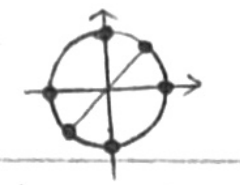
۳

۳) الف) $۲\cos x - ۱ \neq ۰ \quad \cos x \neq \frac{۱}{۲} \quad x \neq ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \quad D_f = \mathbb{R} - \{۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}, k \in Z\}$

ب) $۲\sin x + ۱ \neq ۰ \quad \sin x \neq -\frac{۱}{۲} \quad x \neq ۲k\pi - \frac{\pi}{۶}, ۲k\pi + \frac{۷\pi}{۶} \quad D_f = \mathbb{R} - \{۲k\pi - \frac{\pi}{۶}, ۲k\pi + \frac{۷\pi}{۶}, k \in Z\}$

ج) $\cot x - ۱ \neq ۰ \quad \cot \neq ۱ \quad x \neq k\pi + \frac{\pi}{۴} \ ,\ \sin x \neq ۰ \quad x \neq k\pi \ ,\ \cos x \neq ۰ \quad x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲}$

$D_f = \mathbb{R} - \{k\pi, k\pi + \frac{\pi}{۲}, k\pi + \frac{\pi}{۴}, k \in Z\}$



۳

د) $۴\sin^۲ x - ۳ \neq ۰ \quad \sin x \neq \pm\frac{\sqrt{۳}}{۲} \quad x \neq k\pi - \frac{\pi}{۳}, k\pi + \frac{\pi}{۳}$

$D_f = \mathbb{R} - \{k\pi \pm \frac{\pi}{۳}\}$

۴) الف) $x^۲ - ۵x + ۶ > ۰$

$(x-۲)(x-۳) \rightarrow x = ۲, x = ۳$

$\begin{array}{c} ۲ \quad ۳ \\ \hline + \circ - \circ + \end{array}$

$D_f = (-\infty, ۲) \cup (۳, +\infty)$

۳

ب) $x^۲ - ۶x + ۵ < ۰$

$(x-۱)(x-۵) \rightarrow x = ۱, x = ۵$

$\begin{array}{c} ۱ \quad ۵ \\ \hline + \circ - \circ + \end{array}$

$D_f = (۱, ۵)$

ج) $x^۲ + ۶x + ۵ \geqslant ۰$

$(x+۱)(x+۵) \rightarrow x = -۱, x = -۵$

$\begin{array}{c} -۵ \quad -۱ \\ \hline + \circ - \circ + \end{array}$

$D_f = (-\infty, -۵] \cup [-۱, +\infty)$

د) $x^۲ - ۷x + ۶ \leqslant ۰$

$(x-۶)(x-۱) \rightarrow x = ۶, x = ۱$

$\begin{array}{c} ۱ \quad ۶ \\ \hline + \circ - \circ + \end{array}$

$D_f = [۱, ۶]$

۵) الف) $\frac{x^۲ - ۳x + ۲}{x - ۵} < ۰ \quad \frac{(x-۱)(x-۲)}{x-۵} < ۰$

$\begin{array}{c} ۱ \quad ۲ \quad ۵ \\ \hline - \circ + \circ - \text{ت‌ن} + \end{array}$

$D_f = (-\infty, ۱) \cup (۲, ۵)$

۳

ب) $\frac{x^۲ - ۱}{x^۲ - ۶x + ۵} \geqslant ۰ \quad \frac{(x-۱)(x+۱)}{(x-۱)(x-۵)}$

$\begin{array}{c} -۱ \quad ۱^* \quad ۵ \\ \hline + \circ - \text{ت‌ن} - \text{ت‌ن} + \end{array}$

$D_f = (-\infty, -۱] \cup (۵, +\infty)$

۶) الف) $x^۳ - ۱ \neq ۰$

$x^۳ \neq ۱ \rightarrow x \neq ۱$

$\frac{(x-۳)(x-۱)}{x^۳ - ۱}$

$\begin{array}{c} ۱^* \quad ۳ \\ \hline - \text{ت‌ن} - \circ + \end{array}$

$D_f = [۳, +\infty)$

۳

ب) $x^۲ - ۱ \neq ۰$

$x^۲ \neq ۱ \rightarrow x \neq \pm ۱$

$D_f = \mathbb{R} - \{-۱, ۱\}$

۷) الف) $x^۲ - ۳x > ۰ \quad x(x-۳) > ۰$

$۰ \quad ۳$

$\begin{array}{c} ۰ \quad ۳ \\ \hline + \circ - \circ + \end{array}$

$D_f = (-\infty, ۰) \cup (۳, +\infty)$

۳

ب) $۱۶ - x^۲ > ۰$

$x^۲ < ۱۶ \rightarrow -۴ < x < ۴ \rightarrow (-۴, ۴)$ ①

$|x| - ۲ \neq ۱$

$|x| \neq ۳ \rightarrow x \neq \pm ۳ \rightarrow \mathbb{R} - \{\pm ۳\}$ ②

$|x| - ۲ > ۰$

$|x| > ۲ \rightarrow x < -۲, x > ۲ \rightarrow (-\infty, -۲) \cup (۲, +\infty)$ ③

از هر سه اشتراک می‌گیریم $\Longrightarrow D_f = (-۴, -۳) \cup (-۳, -۲) \cup (۲, ۳) \cup (۳, ۴)$

ج) $\frac{(x-۳)(x-۴)}{x-۳} > ۰ \quad \rightarrow x \neq ۳$

$\begin{array}{c} ۳^* \quad ۴ \\ \hline - \text{ت‌ن} - \circ + \end{array}$ $(۴, +\infty)]\ I$

$۱۰ - x > ۰ \quad x < ۱۰ \quad (-\infty, ۱۰)]\ II$

$۱۰ - x \neq ۱ \quad x \neq ۹$

$I \cap II = (۴, ۱۰) \rightarrow (۴, ۱۰) - \{۹\}$

$D_f = (۴, ۹) \cup (۹, ۱۰)$

د) $(x-۴)(x-۷) \geqslant ۰$

$\begin{array}{c} ۴ \quad ۷ \\ \hline + \circ - \circ + \end{array}$

$(-\infty, ۴] \cup [۷, +\infty)]\ I$

$\sqrt{۳۶ - x^۲} > ۰$

$۳۶ - x^۲ > ۰$

$x^۲ < ۳۶ \rightarrow -۶ < x < ۶$

$(-۶, ۶)]\ II$

$I \cap II = (-۶, ۴]$

$x \neq ۱$

$x > ۰$

$D_f = (۰, ۱) \cup (۱, ۴)$

۸)

سریع)

$$\frac{\overset{۰}{x}(\overset{۱}{x^۲-1})}{\underset{۰}{x}(\underset{-۱}{x+1})}$$

	-۱		۰*		۱	
+	ت ن	−	ت ن	−	۰	+

(۲)

آهسته)

x		-۱		۰		۱	
$x^۲-x$	+		+	۰	−	۰	+
$x^۲+x$	+	۰	−	۰	+		+
$P(x)$	+	ت ن	−	ت ن	−	۰	+

۹)

$$\frac{x-f(x)}{f(x)} \geqslant ۰$$

$x-f(x)=۰$
$x=f(x)$
$x=-۱, ۳$

$f(x)=۰$
$x=-۲, ۲$

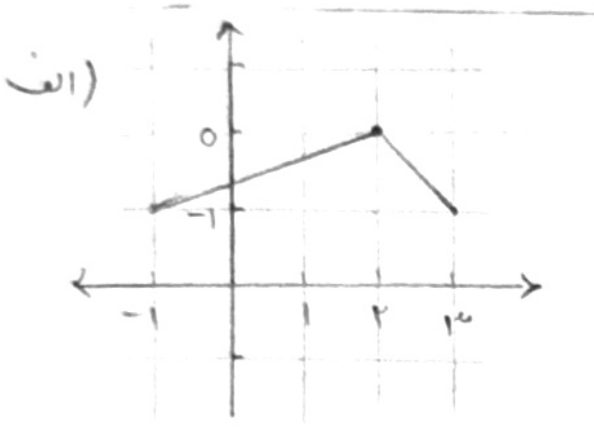
-۲		-۱		۲		۳	
−	ت ن	+	۰	−	ت ن	+	۰	−

$D_f = (-۲, -۱] \cup (۲, ۳]$

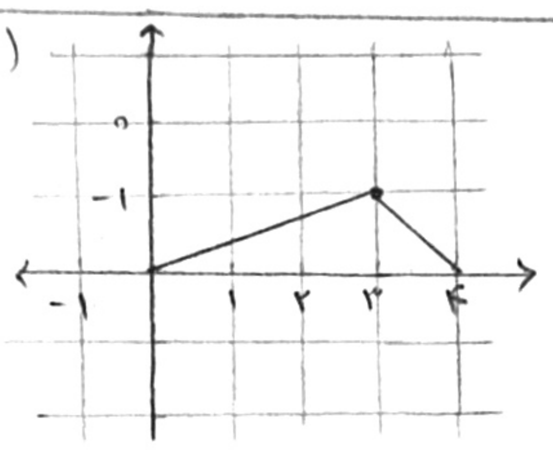
(۲)

۱۰)

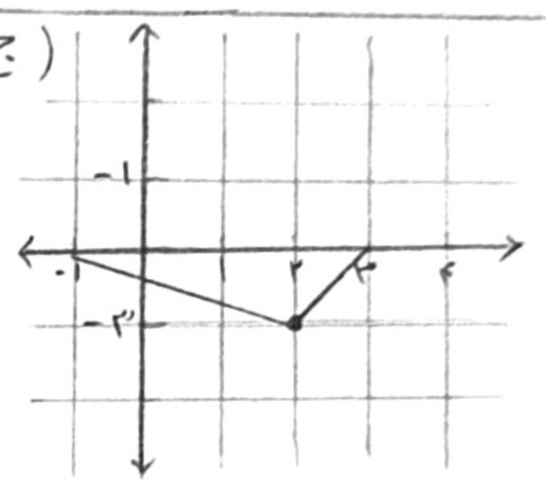
الف)



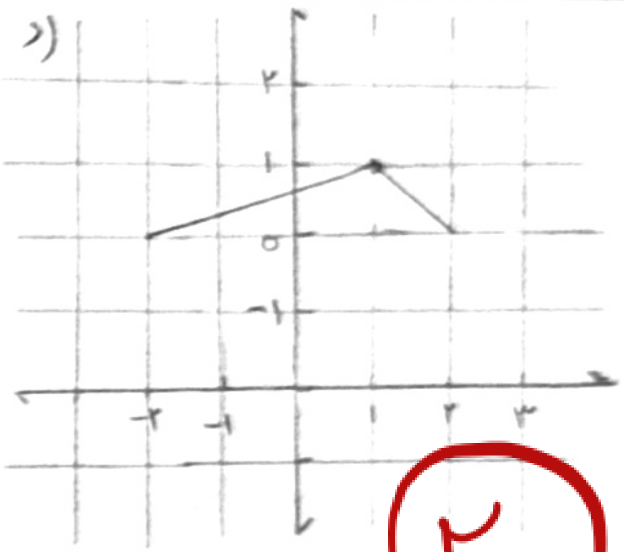
ب)



ج)



د)



(۲)