

الف) برای اینکه بتوانیم عبارت را به مربع کامل تبدیل کنیم به دو طرف یک اضافه می کنیم تا ۹ به ۹ که مربع ۳ است تبدیل شود

$$x^2 - 4x + 8 = 0 \xrightarrow{+1} x^2 - 4x + 9 = 1 \rightarrow (x)^2 - 2 \times (x) \times (3) + (3)^2 = (x-3)^2 = 1$$

عبارت را از زیر توان ۲ خارج و ریشه های ۲ و ۴ بدست می آید.

$$x-3 = \pm 1 \rightarrow x = 4$$

$$x-3 = \pm 1 \rightarrow x = 2$$

ب) ما به هر دو طرف عدد ۹ را اضافه می کنیم تا ۷ به ۷ که مربع عدد ۲ است تبدیل شود

$$x^2 + 8x + 7 = 0 \xrightarrow{+9} x^2 + 8x + 17 = 9$$

زیرا $8x = 4 \times 2 \times x$ ، بازبینی جدول توان ۲ عبارت مساوی ± 3 می شود و ریشه های ۷ و -۱ بدست می آید.

$$(x)^2 + (2) \times (x) \times (4) + (4)^2 = (x+4)^2 = 9 \rightarrow x+4 = \pm 3 \Rightarrow x = -7$$

$$x = -1$$

الف) در این عبارت ۵- جمع ریشه ها و ۴- ضرب ریشه ها است. تنها اعدادی که محسوس ۵- و ضرب سال ۴+ می شود اعداد ۲- و ۳- ضرب

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow (x)^2 + ((-2) + (-3)) \times x + (-2) \times (-3) = (x-2)(x-3) = 0$$

لحک کت عبارت را برابر مقدار داده و ریشه های ۲+ و ۳+ بدست می آید

$$(x-2) = 0 \rightarrow x = 2$$

$$(x-3) = 0 \rightarrow x = 3$$

ب) تنها اعدادی که محسوس ۵- و ضرب سال ۱۴- می شود اعداد ۷- و ۲ هستند

$x^2 - 5x - 14 = 0 \rightarrow (x)^2 + ((-7) + (2)) \times x + (-7) \times (2) = (x-7)(x+2) = 0$

تقسیم کت عبارت را برابر مقدار داده و ریشه های ۲- و ۷ بدست می آید

$$(x-7) = 0 \rightarrow x = 7$$

$$(x+2) = 0 \rightarrow x = -2$$

الف) عبارت دلتا برابر $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ است پس:

برای معادلات درجه ۲ به شکل $ax^2 + bx + c = 0$

و ریشه های عبارت برابر ۴، ۵ و ۱، ۵ هستند.

ب) اینجا $\alpha = 2$ ، $b = -4$ و $c = \frac{1}{4}$ می باشد و عبارت دلتا برابر:

$$x = \frac{+4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 2 \times \frac{1}{4}}}{2 \times 2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 2}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{14}}{4} \approx 3,4$$

دلتا تقریباً برابر ۳,۴ بدست آمد و ریشه های عبارت برابر ۱,۵ و ۰,۵ هستند.

$$x = 1,5 \quad x = 0,5$$

الف) در این عبارت ما از روش جمله مشترک کت گرفتیم و اعدادی که محسوس ۳- و ضرب سال ۲+ است برابر ۱- و ۲- هستند

عبارت را کت ک برابر

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow (x)^2 + ((-1) + (-2)) \times x + (-1) \times (-2) = (x-2)(x-1) = 0$$

مقدار داده و ریشه های ۱+ و ۲+ بدست می آید

$$(x-2) = 0 \rightarrow x = 2$$

$$(x-1) = 0 \rightarrow x = 1$$

ب) در این عبارت ما از روش کت گرفتیم و ۴ را در ۳- ضرب کردیم و به آن جمله مشترک تبدیل کردیم

اعداد ۴ و ۳- هستند که محسوس ۱+ و ضرب سال ۱۲- می شود

عبارت را کت ک برابر مقدار داده و اعداد ۴- و ۳+ بدست می آید

که باید بر ۴ تقسیم سال کنیم و ریشه های ۱- و ۳ بدست می آید

$$4x^2 + x - 3 = 0 \rightarrow x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x-3)(x+4) = 0 \Rightarrow x = \frac{-4}{4} = -1$$

$$x = \frac{3}{4}$$

الف) در روشی ما ۵ را در ۷ ضرب کرده و سپس عبارت را به عبارت جمله مشترک تبدیل می کنیم

با تبدیل کردن عبارت به

جمله مشترک ریشه های

$\pm \frac{5}{7}$ بدست می آید

ب) اکنون ۳ را در ۷ ضرب می کنیم، با تبدیل عبارت به جمله مشترک و کت ک مقدار داده و برابریها

اعداد ۳ و ۷ بدست می آید که باید آن را

بر عددی که ۷ ضرب کنیم تقسیم کنیم

$$5x^2 - 12x + 7 = 0 \rightarrow x^2 - 12x + 35 = 0 \rightarrow (x-7)(x-5) = 0 \rightarrow x = \frac{7}{5}$$

$$x = \frac{5}{5} = 1$$

اعداد ۳ و ۷ بدست می آید که باید آن را

بر عددی که ۷ ضرب کنیم تقسیم کنیم

$$3x^2 - 10x + 7 = 0 \rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \rightarrow (x-3)(x-7) = 0 \rightarrow x = \frac{3}{3} = 1$$

$$x = \frac{7}{3}$$

و ریشه های ۱ و $\frac{7}{3}$ بدست می آید

الف) عبارت دلتا برابر $b^2 - 4ac$ می باشد که در عبارت $0 = 1 - 5x + 3x^2 - 1$ دلتا $13 = 5^2 - 4 \times 3 \times 1$ درست می آید که دلتا مثبت است و معادله دارای دو ریشه حقیقی متفاوت است.

ب) در این عبارت دلتا برابر $15 = 4 \times 2 \times 2 - (-1)^2$ درست می آید، دلتا منفی است و معادله جوابی در مجموعه اعداد حقیقی ندارد.

پ) در این عبارت دلتا برابر $0 = 4 \times 2 \times 2 - (-4)^2$ است، دلتا صفر و معادله دارای دو ریشه مساوی یا یک ریشه مضاعف است.

ت) در این عبارت دلتا برابر $7 = 4 \times 2 \times 15 - (-1)^2$ است، دلتا منفی است و معادله جوابی در مجموعه اعداد حقیقی ندارد.

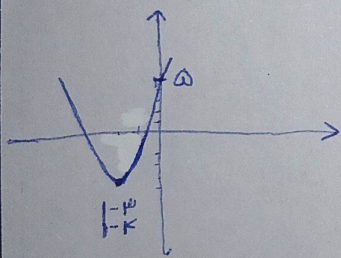
الف) در معادله $0 = 3x^2 - 2x + a$ برای اینکه معادله دو جواب متفاوت حقیقی داشته باشد عبارت دلتای $b^2 - 4ac$ باید مثبت مثبت باشد و ما باید از اعداد a که $4 - 12a > 0$ و برای مثبت بودن عبارت a می تواند 1 و -1 باشد. $a \in (-\infty, -\frac{1}{3}] \cup [1, +\infty)$

ب) برای اینکه معادله یک ریشه مضاعف داشته باشد دلتا باید برابر صفر باشد. با جایگذاری $a = 1$ و $a = -1$ در عبارت $3x^2 - 2x + a = 0$ می توانیم جوابها را پیدا کنیم.

ج) برای اینکه معادله فاقد ریشه حقیقی باشد عبارت دلتا باید منفی شود، با جایگذاری $a = 1$ و $a = -1$ در عبارت $3x^2 - 2x + a = 0$ می توانیم جوابها را پیدا کنیم. $a \in (-\frac{1}{3}, 1)$ یا $a \in (1, +\infty)$

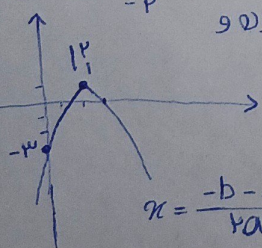
د) اول نوع ریشه را مشخص کردیم و به طور کلی از معادله دارای ریشه می خواهیم توانیم $a \in \mathbb{R}$ تعیین کنیم زیرا در معادلات درجه ۲ هرگاه که دلتا مثبت $\Delta > 0$ معادله دارای دو ریشه حقیقی متفاوت است.

الف) مقدار a برابر 1 است که نشان دهنده مجموعه مینیمم جارجی باشد و مختصات $(\frac{b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{4a})$ با جایگذاری اعداد به دست می آوریم. عبارت $0 = x^2 + 4x + 5$ می باشد و $\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2$ و $\frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{16 - 20}{4} = -1$ و عدد -3 می باشد، با جایگذاری x در عبارت y نقطه برابر -4 می شود و مختصات نقطه $(-2, -4)$ می شود.



ب) ابتدا نمودار را رسم نمودیم و نقطه $(-2, -4)$ را پیدا و مختصات می کنیم.
 مجموعه مینیمم جارجی و ضرایب a و b معلوم است و با استفاده از فرمول $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ و مختصات نقطه $(-2, -4)$ می توانیم a را پیدا کنیم.

الف) در معادله مقدار a برابر -1 است که نشان دهنده مجموعه ماکسیمم جارجی باشد و مختصات $(\frac{b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{4a})$ با جایگذاری اعداد به دست می آوریم. عبارت $0 = x^2 + 4x + 5$ می باشد و $\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2$ و $\frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{16 - 20}{-4} = 1$ و عدد -3 می باشد، با جایگذاری x در عبارت y نقطه برابر 12 می شود.



ب) این مجموعه ماکسیمم جارجی a و b را داریم که برابر مقدار ریشه های a است و از فرمول $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ می توانیم a را پیدا کنیم.
 قطع می کنند، نقطه اول برابر 12 و نقطه دوم برابر -3 است.

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{16 - 20}}{-2} = \frac{-4 - 2}{-2} = 1 \rightarrow \text{نقطه } 12$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{16 - 20}}{-2} = \frac{-4 + 2}{-2} = 1 \rightarrow \text{نقطه } -3$$

و نقطه هم برابر 12 است.

الف) ابتدا اعداد k و p را معلوم کردیم و در عبارت جایگذاری می کنیم.
 و برای مثبت بودن a می توانیم a را پیدا کنیم.
 اکنون جایگذاری کردیم و حاصل عبارت را بدست می آوریم.

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{(-3)}{1} = 3$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{-2}{1} = -2$$

$$\frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{9 - 4(-2)}{4} = \frac{17}{4}$$

$$S^2 - 2P \rightarrow (3)^2 - 2 \times (-2) = 9 - (-4) = 13$$

ب) طبق مسوئله الف که مقدار P و k را بدست آوردیم مقدار عبارت زیر را مشخص می کنیم.

$$S^3 - 3SP \rightarrow (3)^3 - 3 \times 3 \times (-2) = 27 - (-18) = 45$$