



14, 175



تکلیف 4 (دینارستانی)

① تابع بودن روابط زیر را به کمک تقریب ریاضی بررسی کنید:

الف) $y^3 = 2x^2 - 1$

مسئله تعریف ریاضی خلاصه

به ازای هر x مقدار y

$y = \sqrt[3]{2x^2 - 1} \Rightarrow$ تابع است

ب) $y^3 + y = 2x^2 - 1$

176

$$\begin{cases} y_1^3 + y_1 = 2x^2 - 1 \\ y_2^3 + y_2 = 2x^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow y_1^3 + y_1 - y_2^3 - y_2 = 0$$

پایین صفت

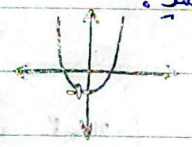
تابع است $y_1 - y_2 = 0 \Rightarrow y_1 = y_2$

احتمال دارد ناقص

روشن ستی) و ها توان فرد دارند و با هم جمع شده اند تابع است

② تابع بودن روابط زیر را به روش دلخواه بررسی کنید:

الف) $y = x^2 - 1$



رسم شکل - تابع است

ب) $|y| + xy = x^2 + 1$



مثال نقی - تابع نیست

ج) $y^3 + x^3 = 2x - 1$

$y^3 = -x^3 + 2x - 1$

178

$y = \sqrt[3]{-x^3 + 2x - 1}$ تابع است

$\Rightarrow \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{x} = 2$

باید بندی به ازای x یک y بیاید

$\sqrt[3]{y} = (2 - \sqrt[3]{x})^3$

$y = (2 - \sqrt[3]{x})^3 \quad D_f = R$ تابع است

③ حاصل عبارت زیر را بیابید:

الف) $\tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$

ب) $\cot \frac{7\pi}{4} = \sqrt{3}$

ج) $\tan 22.5^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

179

$\Rightarrow \cot 18^\circ =$ تقریب شد

$\frac{\cos 18^\circ}{\sin 18^\circ} = \frac{-1}{0}$





④ عبارت های زیر a چه مقادیری می تواند باشد؟ $(0 \leq a < 2\pi)$

الف) $\sin a = \frac{1}{2}$

$a = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$

ب) $\cos a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $a = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$

طرا

⑤ نمودار تابع چند ضابطه ای $f(x) = \begin{cases} -2x+3 & x > 1 \\ x^2 & -1 < x < 1 \\ x+1 & x < -1 \end{cases}$ را رسم کنید

$y = -2x+3 \quad x > 1$

$x=1 \rightarrow y = -2+3 = 1$

توقیف $\left[\frac{1}{1} \right]$

$y = x^2 \quad -1 < x < 1$

سیمی

$\rightarrow [0]$ راس سیمی

$y = x+1 \quad x < -1$

$x = -1 \rightarrow y = 0$

و این صغی

در بازه لا دایخ خراسه

۱.۵

⑥ نمودار تابع چند ضابطه ای $f(x) = \begin{cases} -x+3 & x > 1 \\ x^3 & -1 < x < 1 \\ -x-1 & x < -1 \end{cases}$ را رسم کنید:

$y = -x+3 \quad x > 1$

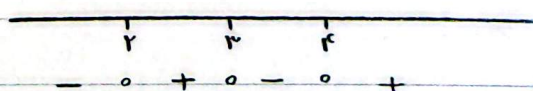
$y = x^3 \quad -1 < x < 1$

$y = -x-1 \quad x < -1$

۱.۵

الف) $y = (x-2)(x-3)(x-4)$

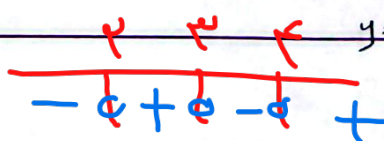
⑦ عبارت های زیر را تعیین علامت کنید:



$y > 0 : (2, 3) \cup (4, +\infty)$

$y < 0 : (-\infty, 2) \cup (3, 4)$

$y = 0 : \{2\} \cup \{3\} \cup \{4\}$



باید ریشه‌ها را بالای جدول بنویسی

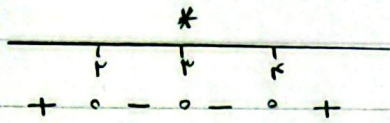


مضامین



ب) $y = (x-2)(x-3)^2(x-4)$

$y > 0 : (-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$



$y < 0 : (2, 4) - \{3\}$

$y = 0 : \{2\} \cup \{3\} \cup \{4\}$

عبارت‌های زیر را تعیین علامت کنید:

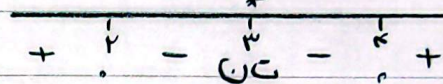
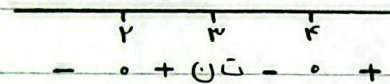
الف) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{x-3}$

ب) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$

$y > 0 : (4, +\infty) \cup (2, 3)$

$y > 0 : (-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$

$y = 0 : \{2\} \cup \{4\}$



$y < 0 : (-\infty, 2) \cup (3, 4)$

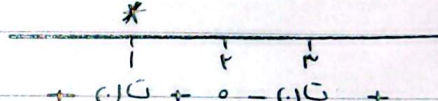
$y < 0 : (2, 3) \cup (3, 4)$

الف) $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x-3} = \frac{1^3 - 3(1) + 2}{1-3} = 0$

عبارت‌های زیر را تعیین علامت:

ب) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)}$

$x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)^2(x+2)$



$y > 0 : (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$

$y > 0 : (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (3, +\infty)$

$y = 0 : x = -2, x = 1$

$y < 0 : (2, 3)$

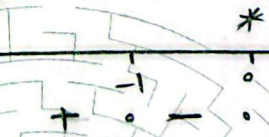
$y < 0 : (-2, 1) \cup (1, 3)$

$y = 0 : \{2\}$

الف) $y = \frac{x^4 - x^2}{x^2 + x + 2} = \frac{x^2(x^2 - 1)}{x^2 + x + 2} = \frac{x^2(x-1)(x+1)}{x^2 + x + 2}$

تعیین علامت:

خارج همیشه +



$y > 0 : (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

$y < 0 : (-1, 0) \cup (0, 1)$

و در x=0
ارضه
شود

ب) $y = \frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 2x + 3}$

همیشه + و هیچ مقداری صفر نمی‌گیرد

$\Delta = b^2 - 4ac$

صورت: $9 - 14 \Rightarrow -5 < 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 4 > 0$

مخرج: $4 - 12 \Rightarrow -8 < 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 3 > 0$



۱- الف)

$$y^r = r x^{r-1} \rightarrow y_1^r = r x_1^{r-1} \quad y_r^r = r x_r^{r-1} \xrightarrow{x_1 = x_r} y_1^r = y_r^r \Rightarrow y_1 = y_r$$

ب ←

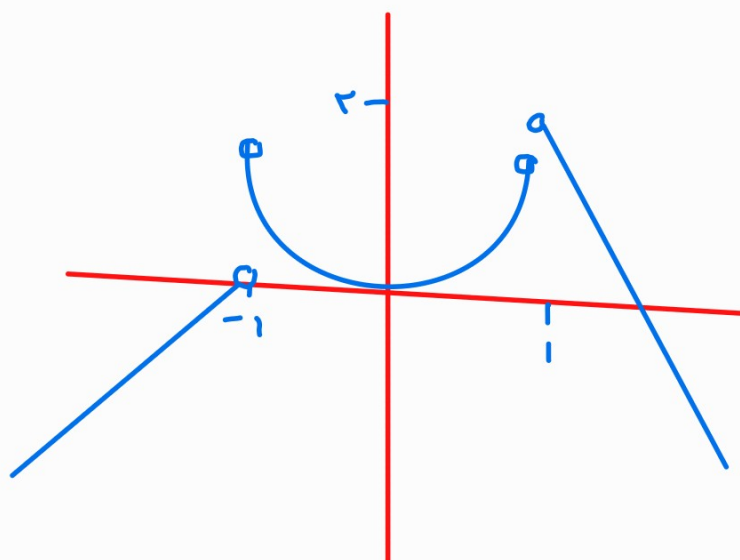
$$\begin{aligned} y_1^r + y_1 &= r x_1^{r-1} \\ y_r^r + y_r &= r x_r^{r-1} \end{aligned} \xrightarrow{x_1 = x_r} \begin{aligned} y_1^r + y_1 &= r x_1^{r-1} \\ y_r^r + y_r &= r x_r^{r-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow y_1^r + y_1 &= y_r^r + y_r \rightarrow \\ \rightarrow (y_1^r - y_r^r) + (y_1 - y_r) &= 0 \rightarrow (y_1 - y_r)(y_1^r + y_r y_1 + y_r^r) + (y_1 - y_r) = 0 \\ \rightarrow (y_1 - y_r)(y_1^r + y_r y_1 + y_r^r + 1) &= 0 \end{aligned}$$

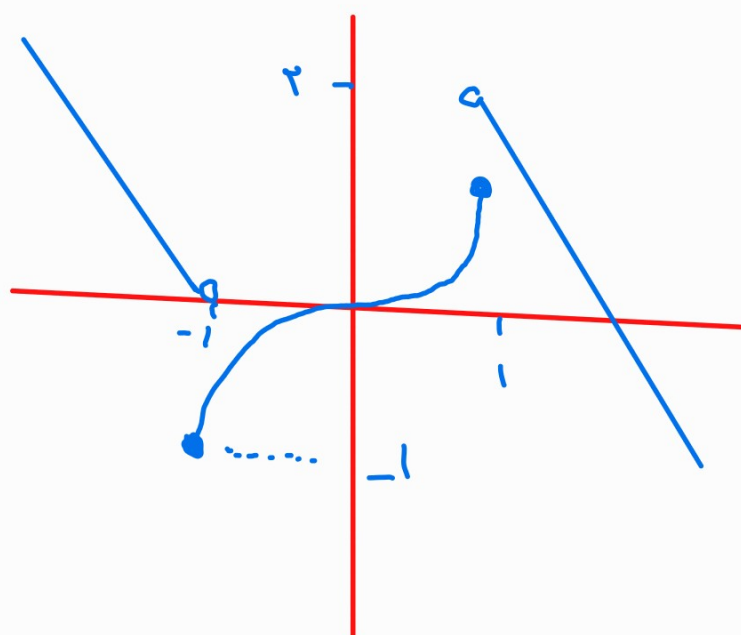
$y_1 = y_r \checkmark \rightarrow$ تابع است.

$$y_1^r + y_r y_1 + y_r^r + 1 = 0 \rightarrow \Delta = (y_r)^r - 4(y_r^r + 1) = -3y_r^r + 4 \rightarrow \Delta < 0$$

← ریشه ندارد



-6



-4