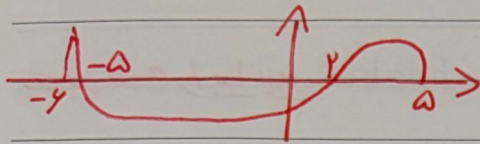


۱۴۰۵ / ۷ / ۱۱

کوفیا میر عسکری

۱- دامنه ی تابع $y = \sqrt{x f(x)}$ را بدست آورید. x و $f(x)$ هم علامت باشند یا منفی



$$x f(x) \geq 0 \quad x f(x) \geq 0$$

$$x = -5 \text{ و } x = 2 \text{ و } x = 5$$

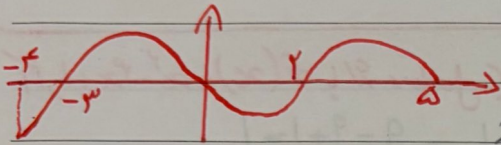
$$D_f = [-5, 0] \cup [2, 5]$$

$$(-5, -2) : x < 0, f(x) > 0 \Rightarrow \text{منفی} \quad (0, 2) : x > 0, f(x) < 0 \Rightarrow \text{منفی}$$

$$(-2, 0) : x < 0, f(x) < 0 \Rightarrow \text{مثبت} \quad (2, 5) : x > 0, f(x) > 0 \Rightarrow \text{مثبت}$$

f

دامنه ی تعریف $y = \sqrt{\frac{-x}{f(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



$$\frac{-x}{f(x)} \geq 0 \quad f(x) \neq 0$$

$$x = -3 \text{ و } x = 0 \text{ و } x = 2 \text{ و } x = 5$$

$$f(x) \rightarrow (-4, -3) = \text{منفی} \rightarrow \frac{-x}{f(x)} = - \text{ و } +$$

$$f(x) \rightarrow (-3, 0) = \text{مثبت} \rightarrow \frac{-x}{f(x)} = + \text{ و } -$$

$$f(x) \rightarrow (0, 2) = \text{منفی} \rightarrow \frac{-x}{f(x)} = - \text{ و } +$$

$$f(x) \rightarrow (2, 5) = \text{مثبت} \rightarrow \frac{-x}{f(x)} = + \text{ و } -$$

$$D_f = (-3, 0) \cup (2, 5)$$

$$-2, -1, 1, 2$$

$$\text{اعداد صحیح} = 4$$

اگر $f(x) - 2f(2) = x^2 - 2x + 4$ باشد، مقدار $f(-2)$ را بدست آورید.

$$x = 2$$

$$f(2) - 2f(2) = 2^2 - 2(2) + 4 \rightarrow -f(2) = 4 - 4 + 4 = 4 \quad f(2) = -4$$

$$f(-2) - 2f(2) = (-2)^2 - 2(-2) + 4 \quad f(-2) - 2(-4) = 4 + 4 + 4 \quad x = -2$$

$$f(-2) + 8 = 12 \quad f(-2) = 4$$

در تابع $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x+4} & x > 3 \\ 2x+3 & x \leq 3 \end{cases}$ مقدار $f(f(5)) + f(f(1))$ را بدست آورید.

$$f(5) = 5 - \sqrt{5+4} = 5 - 3 = 2 \quad f(f(5)) = f(2) \quad 5 \leq 3 \Rightarrow f(5) = 2$$

$$f(2) = 2(2) + 3 = 7$$

$$f(f(5)) = 7$$

$$2 \leq 3$$

$$f(f(1)) = 7$$

$$f(1) = 2(1) + 3 = 5$$

$$f(f(1)) = f(5) = 2$$

$$1 \leq 3$$

$$f(f(5)) + f(f(1)) = 7 + 2 = 9$$

تابع $f(x) = ax^2 - bx + 2$ را می دانیم $f(x-1) - f(x) = 4x + 2$ بیادای صحت دارد برقرار است.

$$f(x-1) = a(x-1)^2 - b(x-1) + 2 = ax^2 - 2ax + a - bx + b + 2$$

$$f(x-1) - f(x) = (ax^2 - 2ax + a - bx + b + 2) - (ax^2 - bx + 2)$$

$$= -2ax + a + b = 4x + 2 \rightarrow -2a = 4 \rightarrow a = -2$$

$$a + b = 2 \quad -2 + b = 2 \quad b = 4 \quad a - b = -2 - 4 = -6$$

اگر $f(x) = x^2 - 3x + 1$ باشد، حاصل؟

$$\frac{2f(3) + f(-1)}{f^2(2)} = f(3) = 3^2 - 3(3) + 1 = 9 - 9 + 1 = 1$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 3(-1) + 1 = 1 + 3 + 1 = 5$$

$$f^2(2) = f(f(2)) \rightarrow f(2) = 2^2 - 3(2) + 1 = 4 - 6 + 1 = -1$$

$$f^2(2) = f(-1) = 5 \quad \frac{2(1) + 5}{5} = \frac{7}{5}$$

اگر $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \geq 2 \\ x^2 & x < 2 \end{cases}$ باشد، حاصل؟

$$\frac{3f(4) - 2f(-2)}{f(2)} = f(4) = 3(4) + 1 = 13 \quad 4 \geq 2$$

$$f(-2) = (-2)^2 = 4 \quad -2 < 2$$

$$f(2) = 3(2) + 1 = 7 \quad 2 \geq 2 \quad \frac{3(13) - 2(4)}{7} = \frac{39 - 8}{7} = \frac{31}{7}$$

اگر $f = \{(2,4), (3,2), (4,1), (1,4)\}$ باشد، حاصل؟

$$\frac{f(f(4)) - f(f(3))}{f(1) - 2} \quad f(4) = 1 \rightarrow f(f(4)) = f(1) = 4$$

$$f(3) = 2 \rightarrow f(f(3)) = f(2) = 4 \quad f(1) - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$\frac{4 - 4}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

اگر $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 9}{x^2 + 4x + 5}$ با $f(x)$ مقدار $f(f(\sqrt{3}-2))$ را بیابید.

$$f(\sqrt{3}-2) = \frac{(\sqrt{3}-2)^2 + 4(\sqrt{3}-2) + 9}{(\sqrt{3}-2)^2 + 4(\sqrt{3}-2) + 5} = \frac{3 - 4\sqrt{3} + 4 + 4\sqrt{3} - 8 + 9}{3 - 4\sqrt{3} + 4 + 4\sqrt{3} - 8 + 5} = 1$$

$$f(\sqrt{3}-2) = \frac{1}{1} = 1 \quad f(1) = \frac{1^2 + 4(1) + 9}{1^2 + 4(1) + 5} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

9

اگر $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ با $f(x)$ حاصل $(f(\sqrt{x}))^2 - f(x)$ را بیابید.

$$f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + \frac{1}{(\sqrt{x})^2} \rightarrow (\sqrt{x})^2 = x \quad f(\sqrt{x}) = x + \frac{1}{x}$$

$$(f(\sqrt{x}))^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2(x)\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^2} = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$$

10