باران عباسی — تکلیف ۲۱ — دهم ریاضی B

۲۰ آفرین

(۱)

$1!=1$, $2!=2$, $3!=6$, $4!=24$, $5!=120$, $6!=720$, ...

$1!+3!+5! = 1+6+120 \to$ رقم یکان ۷

$2!+4!+6! = 2+24+720 \Longrightarrow$ رقم یکان ۶

$6\times 7 = 42$ → ۲ رقم یکان

... —— رقم یکان صفر

---

(۲)

الف) $\sqrt[4]{\frac{1}{4+\sqrt7}} \times \sqrt[4]{(1+\sqrt7)^2} \to \sqrt[4]{\frac{1+7+2\sqrt7}{4+\sqrt7}} - \sqrt[4]{\frac{8+2\sqrt7}{4+\sqrt7}} = \sqrt[4]{2}$

ب) $\frac{\sqrt2+\sqrt5(\sqrt{10}-2)}{10-4} = \frac{3\sqrt2}{6} = \frac{\sqrt2}{2} \to (\sqrt{3-\sqrt5} - \sqrt{3+\sqrt5})\frac{\sqrt2}{2} \to \sqrt{6-2\sqrt5} - \sqrt{6+2\sqrt5}$

$\to \sqrt{6+2\sqrt5} \to \sqrt{(\sqrt5+1)^2} \to \frac{\sqrt5-1-\sqrt5-1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

---

(۳)

الف) $\frac{2\sqrt2+3\sqrt3}{5-\sqrt6} - 2(\sqrt3-1)^{-1} \to \frac{2\sqrt2+3\sqrt3}{5-\sqrt6} - \frac{2}{\sqrt3-1}$

$\frac{(2\sqrt2+3\sqrt3)(5+\sqrt6)}{25-6} = \frac{19\sqrt3+19\sqrt2}{19} \to \sqrt3+\sqrt2$ ، $\frac{2(\sqrt3+1)}{3-1} = \sqrt3+1 \Longrightarrow \sqrt3+\sqrt2-\sqrt3-1 = \sqrt2-1$

ب) $\frac{3\sqrt3-1}{4+\sqrt3} + \frac{1}{2-\sqrt3} \to \frac{(3\sqrt3-1)(4-\sqrt3)}{16-3} + \frac{2+\sqrt3}{4-3} = \frac{12\sqrt3-9-4+\sqrt3}{13} + 2+\sqrt3 \to \underbrace{\frac{13\sqrt3-13}{13}}_{\sqrt3-1} + 2+\sqrt3$

$\sqrt3-1+2+\sqrt3 = 2\sqrt3+1$

---

(۴)

الف) $\frac{\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1}}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}} - 2$ —— صورت $\Rightarrow A$ ، $A^2 = 2\sqrt3+2\sqrt2 \to A = \sqrt2(\sqrt{\sqrt3+\sqrt2})$

$\to \frac{\sqrt2(\sqrt{\sqrt3+\sqrt2})}{\sqrt{\sqrt3+\sqrt2}} - 2 \to \sqrt2\left(\sqrt{\frac{\sqrt3+\sqrt2}{\sqrt3-\sqrt2}}\right) - 2 = \sqrt2\left(\sqrt{(\sqrt3+\sqrt2)^2}\right) - 2 \to \sqrt6+2-2 = \sqrt6$

ب) $2^{\frac{8}{12}} \times 3 \times 2^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[12]{2^{13}} \to 3\times 2^{\frac{8}{12}+\frac{4}{12}+\frac{13}{12}=\frac{24}{12}}$

$\to 2^2\times 3 = 12$

---

(۵)

$\frac{3^x(1+3+3^2+\dots+3^5)}{2^{x-2}(1+2+2^2+\dots+2^5)} = \frac{3^x(\cancel{364})}{2^{x-2}\times 63} = \frac{3^x\times 7}{2^{x-2}} \to \frac{3^x\times 7}{2^{x-2}\times 63} = \frac{3^x\times 3^{-2}}{2^{x-2}} \to \frac{3^{x-2}}{2^{x-2}} = 1$

$\to x-2=0$

$x=2$

(۶)

$((a-b)۲)^۲((a+b)۲)^۲=(a^۲-b^۲)^۴ \to (\sqrt{\sqrt{۶}-۲}-\sqrt{\sqrt{۶}+۲})^۴=(\sqrt{۶}-۲+\sqrt{۶}+۲-۲\sqrt{(\sqrt{۶}-۲)(\sqrt{۶}+۲)})^۲$

$(۲\sqrt{۶}-۲\sqrt{۲})^۲=\underbrace{۱۶}_{\checkmark}(۲-\sqrt{۳})$

۲

---

(۷)

$((a+\frac{۱}{a})^۲-۲)^۲ \to (a^۲+\frac{۱}{a^۲})^۲+۲-۲ \to a^۴+\frac{۱}{a^۴}+۲=۲^x$

$a=\sqrt{۷-۲\sqrt{۱۲}} \to \sqrt{(۲-\sqrt{۳})^۲}=\sqrt{۲-\sqrt{۳}}\ (۲-\sqrt{۳})+\frac{۱}{۲-\sqrt{۳}}+۲=۲^x$

$\to \frac{۲+\sqrt{۳}}{۱}$

$۷-۴\sqrt{۳}+۷+۴\sqrt{۳}=۱۴ \to ۱۴+۲=۱۶=۲^x \to x=۴$

۲

---

(۸)

$A=\sqrt[۵]{\sqrt[۳]{۲^{۱۰}}}=۲^{\frac{۱۰}{۱۵}}=۲^{\frac{۲}{۳}}\times ۲^{\frac{۴}{۳}}=۲^{\frac{۶}{۳}}=۲^۲=۴ \Rightarrow A$

$\sqrt[۳]{\frac{۱}{۲\times ۴}}=\sqrt[۳]{\frac{۱}{۸}}=\frac{۱}{۲}$

۲

---

(۹)

$۲۷a^{\frac{۱۵}{۱۷}}=\sqrt[۷]{a} \to a \to ۲۷(۳^۳\times a^{\frac{۱۵}{۱۷}})^۷ \Rightarrow ۳^{۲۱}\times a^{۱۵} \to a^{-۶}=۳^{۲۱} \to a^{-۲}=۳^۳$

$a^۲=\frac{۱}{۲۷} \to a=\frac{۱}{۳\sqrt{۳}}$

$\frac{۱}{۳\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۳}}{۹}$ $\qquad \frac{۱}{a}=\frac{۱}{\frac{\sqrt{۳}}{۹}}=\frac{۹}{\sqrt{۳}} \to \frac{۹\sqrt{۳}}{۳}=۳\sqrt{۳}$

$۳\sqrt{۳}-۳ \Rightarrow ۳(\sqrt{۳}-۱) \to \frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{۱+\sqrt{۳}} \to \frac{۳(\sqrt{۳}-۱)(\sqrt{۳}-۱)}{۳-۱} \Rightarrow \frac{۳(۱+۳-۲\sqrt{۳})}{۲}=\frac{۶(۲-\sqrt{۳})}{۲} \Rightarrow ۶-۳\sqrt{۳}$

ارفاق !!

۲

---

(۱۰)

$\sqrt{x+a}=\sqrt{x-۴}+۲ \to x+a=(x-۴)+۴\sqrt{x-۴}+۴ \to x+a=x+۴\sqrt{x-۴} \to \frac{a}{۴}=\sqrt{x-۴}$ $\qquad x-۴=\frac{a^۲}{۱۶}$

$x=\frac{a^۲}{۱۶}+۴$

$x-a=\frac{a^۲}{۱۶}+۴-a \to \sqrt{x-a}=\sqrt{\frac{a^۲}{۱۶}-a+۴} \to \sqrt{\frac{a^۲-۱۶a+۶۴}{۱۶}}=\sqrt{\frac{(a-۸)^۲}{۱۶}}=\frac{|a-۸|}{۴}$

۲

$\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}-۲=0 \to \sqrt{x-۴}+۲+\sqrt{x-۴}-۲=۲\sqrt{x-۴}$

$\sqrt{x+a}=\sqrt{x-۴}+۲$

$\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}-۲=۲\sqrt{x-۴} \to ۲\times\frac{a}{۴}=\frac{a}{۲}$