

لیکھنی دھم دختر B

نہا خدا

نمبره تکلیف ۲۱ ← ۲۰

۱۷,۵

۱- رقم یکان عدد (۲۱+۴۱+۹۱+...+۲۵۱) را بیابید

$$1+3+5+7+9=25 \rightarrow 5$$

$$2!+4!=2+24=26 \rightarrow 6$$

$$4 \times 5 = 20 \rightarrow \text{رقم یکان صفر}$$

$$\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1+\sqrt{7}} = \sqrt{1+\sqrt{7}}^{-1} \times \sqrt{1+\sqrt{7}} = 1$$

۲- حاصل عبارتهای زیر را بیابید

۱,۵

$$\text{ب) } \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}+2} \right) \left(\sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}} \right) = -\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{5}) = -(2+\sqrt{10})$$

$$|3-\sqrt{5}| + |3+\sqrt{5}| - 2\sqrt{9-5} = 2 \quad \frac{-(2+\sqrt{10})}{\sqrt{10}+2} = \text{---}$$

۳- حاصل عبارتهای زیر را بیابید

۱,۵

$$\text{الف) } \frac{\sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{27}}{5-\sqrt{9}} - 2 \left(\frac{\sqrt[4]{9}}{\sqrt{3}} - 1 \right)^{-1} = 2 \times \frac{\sqrt{3}+1}{2} = \sqrt{3}+1 = \sqrt{3}$$

$$\text{ب) } \frac{\sqrt[4]{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{(\sqrt[4]{27}-1)(4-\sqrt{3})}{13} \Rightarrow 1+(2+\sqrt{3}) = 3+\sqrt{3} = \frac{3+\sqrt{3}}{13}$$

۴- حاصل عبارتهای زیر را بیابید

۱,۵

$$\text{الف) } \frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} - 2 = 2-2=0$$

$$\text{ب) } \sqrt[12]{2^8} \times \sqrt[4]{144} \times \sqrt[4]{2^6} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{2}{3} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2}} = 2^{\frac{14}{3}} = 2^4 \times 2^{\frac{2}{3}} = 16 \times \sqrt[3]{4} = 12$$

مقدار حد است؟

۵-۱

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^x + x^{x+1} + x^{x+2} + x^{x+3} + x^{x+4}}{x^{x-2} + x^{x-1} + x^x + x^{x+1} + x^{x+2} + x^{x+3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^x (x^4 - 1)}{x^x (x^4 - 1)} = 1 \rightarrow x=2 \checkmark$$

۶- فرض کنید $a = \sqrt[4]{4} - 2$ و $b = \sqrt[4]{4} + 2$ در تساوی $(a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2 = t(2\sqrt{3})$ مقدار t را بیابید

$$(a-b)^4 (a+b)^4 = (a^2 - b^2)^4$$

$$a^4 = \sqrt{4} - 2 \quad b^4 = \sqrt{4} + 2$$

$$a^4 - b^4 = -4 \rightarrow (a^2 - b^2)^2 = 4$$

$$(a^2 - b^2)^4 = 16 \rightarrow t = 16$$

۷- فرض کنید $a = \sqrt[4]{7-2\sqrt{3}}$ در تساوی $(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2})^2 (a + \frac{1}{a} - \sqrt{2})^2 = 2^t$ مقدار t را بیابید

$$\left(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2}\right)^2 \left(a + \frac{1}{a} - \sqrt{2}\right)^2 = \left(1 + \frac{1}{a^2} - 2\right)^2 \quad 2^t = 4 \rightarrow t = 2$$

$$a = \sqrt[4]{7-2\sqrt{3}} = \sqrt[4]{(2-\sqrt{3})^2} = \sqrt{2-\sqrt{3}} \Rightarrow 2-\sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} = 0$$

۸- اگر $A = \sqrt[5]{4^3 \sqrt{14}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{5}}$ حاصل $A = 2^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{12}{5}} \times 2^{\frac{1}{5}} = 2^2 = 4$

$$t = (2 \times 4)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)$$

۹- ریشه هفتم عدد مثبت a مساوی ۲۷ برابر عدد a با علامت $\frac{1}{a}$ است. $\left(\frac{1}{a} - 3\right)$ چند برابر

$$\frac{a^{\frac{1}{7}}}{a^{\frac{1}{7}}} = \frac{27a^{\frac{1}{7}}}{a^{\frac{1}{7}}} \rightarrow 1 = 27a^{\frac{1}{7}} = 27a^{\frac{1}{7}} \rightarrow a^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{27}$$

$$\frac{1}{a} - 3 = 3\sqrt{3} - 3 = \frac{3(\sqrt{3}-1)}{1+\sqrt{3}} = 3(2-\sqrt{3})$$

۱۰- اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ حاصل $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$ را بیابید

$$d - b = 2$$

$$d^2 - b^2 = a + 4 \rightarrow (d-b)(d+b) = a + 4$$

$$2(d+b) = a + 4 \Rightarrow d+b = \frac{a+4}{2}$$

$$d+b-2 = \frac{a+4}{2} - 2 = \frac{a}{2}$$

-۱

این عمل‌های ۵ و ۲ را با هم دارد پس از ۵ به بعد یکبار فکتوریل‌ها صفر است پس یعنی است تقریباً ۱ تا ۴ فکتوریل

۱! + ۳! = ۱ + ۶ = ۷
 ۲! + ۴! = ۲ + ۲۴ = ۲۶
 ۴! = ۲۴
 ۲۶ - ۲۴ = ۲

۲-الف

$$\sqrt[4]{(4+\sqrt{5})^{-1}} \times \sqrt[4]{(1+\sqrt{5})^2} = \sqrt[4]{\frac{1+1+2\sqrt{5}}{4+\sqrt{5}}} = \sqrt[4]{\frac{2+2\sqrt{5}}{4+\sqrt{5}}} = \sqrt[4]{2}$$

۲-ب

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+2} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(\sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}})^2 = 3-\sqrt{5} + 3+\sqrt{5} - 2\sqrt{9-5} = 6-4 = 2$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_b \rightarrow b^2=2 \xrightarrow{b<0} b=-\sqrt{2} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2}) = -1$

۳-الف

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{20}}{5 - \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} \times \frac{5 + \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{2} + 10\sqrt{5} + 10\sqrt{10} + 10}{25 - 5} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$$

$$(\sqrt[4]{9}-1)^4 = \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{3} - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - 1$$

۳-ب

$$\frac{2\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}-4-3+\sqrt{3}}{13} = \sqrt{3}-1$$

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{1}$$

} $\sqrt{3}-1 + 2+\sqrt{3} = 2\sqrt{3}+1$

۴-الف

$$\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1} = A$$

$$A^2 = 1+\sqrt{3} + \sqrt{3}-1 + 2\sqrt{\sqrt{3}-1} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$$

$$A = \sqrt{2}(\sqrt{\sqrt{3}+2})$$

$$\frac{\sqrt{2}(\sqrt{\sqrt{3}+2})}{\sqrt{\sqrt{3}-2}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{(\sqrt{3}+2)^2}{3-4}} = \sqrt{2}(\sqrt{3}+2) = \sqrt{4}+2 \xrightarrow{-2} \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{r^8}} = r^{\frac{8}{12}} = r^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[4]{14r} = \sqrt[4]{81} \times \sqrt[4]{r} = 3 \times r^{\frac{1}{4}}$$

$$\sqrt[4]{r^4} = (r \times r) \times \frac{1}{1} = r^{\frac{1}{1}}$$

$$\left(r^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2} + \frac{13}{12} \right) \times r = r^{\frac{1+3+12}{12}} \times r = r \times r = 12$$

ب-ع

$$\text{صَبِّحْ أَهْلَ مَدْيَنَ} \rightarrow \left(\left(a + \frac{1}{a} \right)^2 - 2 \right)^2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2} \right)^2 = a^4 + \frac{1}{a^4} + 2$$

-ص

$$\frac{1}{v-4\sqrt{3}} \times \frac{v+4\sqrt{3}}{v+4\sqrt{3}} = \frac{v+4\sqrt{3}}{69-48} = v+4\sqrt{3}$$

$$a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 = v-4\sqrt{3} + v+4\sqrt{3} + 2 = 14 \rightarrow r^2 = 14 \rightarrow \boxed{t=4}$$