۱۵

نام و نام خانوادگی ..نادیا اسماعیلی........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۱.. کلاس ....دهم تجربی B....

۱	از ۵! به بعد هم صفر است چون عامل ۲ و ۵ دارد. $1! \to 1$ ، $3!\ (1\times2\times3) \to 6$ $2!\ (1\times2) \to 2$ ، $4!\ (1\times2\times3\times4) \to 24$ $(1+6)(2+4) = 7\times6 = 42$ ← یکان ۲
۲	الف) $(4+\sqrt7)^{-\frac14}\times(1+\sqrt7)^{\frac12}$ $\left((1+\sqrt7)^2(4+\sqrt7)^{-1}\right)^{\frac14}$ $8+2\sqrt7 = 2(4+\sqrt7)$ $\left(\frac{2(4+\sqrt7)}{4+\sqrt7}\right)^{\frac14} = 2^{\frac14} = \sqrt[4]{2}$ ب) $\sqrt{3+\sqrt5} \to \frac{\sqrt5+1}{\sqrt2}$ $\sqrt{3-\sqrt5} = \frac{\sqrt5-1}{\sqrt2}$ $\frac{\sqrt5-1-\sqrt5-1}{\sqrt2} = \frac{-2}{\sqrt2} = -\sqrt2$ ، $-(2+\sqrt{10})$ $\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt{10}+2}\times(-\sqrt2) = \frac{-\sqrt2(\sqrt2+\sqrt5)}{(\sqrt{10}+2)} = -1$ ۲
۳	الف) $2(\sqrt[4]{9}-1)^{-1} \to (\sqrt3-1)^{-1} = \frac{2}{\sqrt3-1}$ ← گویا کنیم $\frac{2(\sqrt3+1)}{3-1} = \sqrt3+1$ $\frac{2\sqrt2+3\sqrt3}{5-\sqrt6}-(\sqrt3+1) \to \frac{5\sqrt2-2\sqrt{10}+\sqrt6-5}{5-\sqrt6}(5+\sqrt6)$ $\sqrt2-1$ ← ۲ در نهایت ب) $\frac{3\sqrt3-1}{4+\sqrt3}\times\frac{(4-\sqrt3)}{(4-\sqrt3)}$ گویا کنیم $\to (3\sqrt3-1)(4-\sqrt3)$ $\frac{13\sqrt3-13}{13} = \sqrt3-1$ $\frac{1}{2-\sqrt3}\times\frac{(2+\sqrt3)}{(2+\sqrt3)} \to 2+\sqrt3$ $(\sqrt3-1)+(2+\sqrt3) = 2\sqrt3+1$ ۲
۴	الف) $(1+\sqrt3)^{\frac12}+(\sqrt3-1)^{\frac12}$ $\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1} = A$ $A^2 = 1+\sqrt3+\sqrt3-1+2\sqrt{3-1} = 2\sqrt3+2\sqrt2$ $A = \sqrt2(\sqrt{\sqrt3+\sqrt2})$ $\frac{\sqrt2(\sqrt{\sqrt3+\sqrt2})}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}} = \sqrt2\sqrt{\frac{\sqrt3+\sqrt2}{\sqrt3-\sqrt2}} = \sqrt2\sqrt{\frac{(\sqrt3+\sqrt2)^2}{3-2}} = \sqrt2(\sqrt3+\sqrt2) = \sqrt6+2 \xrightarrow{-2}$ عبارت $=\sqrt6$ ب) $2^{\frac{5}{12}}\times2^{\frac{1\times3}{...}}\times3\times2^{\frac{1}{4}}\times2^{\frac{1}{12}} = 6\times2 = 12$ ۱
۵	$\frac{(3^n)+(1+3^1+3^2+3^3+3^4+3^5)}{(2^n)+(2^{-2}+2^{-1}+1+2^1+2^2+2^3)} \to \frac{364\times3^n}{63\times2^{n-2}} = 52$ $\frac{9}{208}\times\frac{208}{9}$ ، $\frac{364\times4}{63}\times\left(\frac32\right)^n = 52\times\frac{9}{208}$ $\left(\frac32\right)^n = \frac94 = \left(\frac32\right)^2$ ، $n=2$ ۲

$((a-b)^۲)^۲ \times ((a+b)^۲)^۲ = t(۲-\sqrt{۳})$ $(a-b)^۴ \times (a+b)^۴ = t(۲-\sqrt{۳})$ $a^۴ - b^۴ = t(۲-\sqrt{۳})$ $\sqrt{۶}-۲ - \sqrt{۶}-۲ = t(۲-\sqrt{۳})$ $-۴ = t(۲-\sqrt{۳})$ $t = \frac{-۴}{۲-\sqrt{۳}}$ ۱٫۵	۶
$((a+\frac{۱}{a})+(\sqrt{۲}))^۲ \times ((a+\frac{۱}{a})-(\sqrt{۲}))^۲$ $\quad \sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}} \to \sqrt[۴]{(۲-\sqrt{۳})^۲} = \sqrt{۲-\sqrt{۳}}$ ۱٫۵ $(a+\frac{۱}{a})^۴ - (\sqrt{۲})^۴$ $\quad (۳-\sqrt{۳})(-\sqrt{۳})$ $(۲-\sqrt{۳})^۲ + \frac{۱}{(۲-\sqrt{۳})^۲} - ۴ = (۲-\sqrt{۳} - \frac{۱}{(۲-\sqrt{۳})})^۲ \to \frac{(۲-\sqrt{۳})^۲-۱}{۲-\sqrt{۳}} = \frac{(۲-\sqrt{۳}+۱)(۲-\sqrt{۳}-۱)}{۲-\sqrt{۳}}$	۷
$A = ۲^{\frac{۲\times۳}{۵\times۳}} \times ۲^{\frac{۴}{۱۵}} \times ۲^{\frac{۴\times۵}{۳\times۵}} = ۲^{\frac{۶+۴+۵}{۱۵}} = ۲^{\frac{۱۵}{۱۵}} = ۲$ $(۲\times۲)^{-\frac{۱}{۳}} = ۴^{-\frac{۱}{۳}} = (\frac{۱}{۴})^{\frac{۱}{۳}} = \sqrt[۳]{\frac{۱}{۴}}$ ۱٫۲۵	۸
$\sqrt[۷]{a} = ۲۷a^{\frac{۱۵}{۷}}$ $\quad \frac{\frac{۱}{a}-۳}{۱+\sqrt{۳}} = \frac{۳\sqrt{۳}-۳}{۱+\sqrt{۳}} = \frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{(۱+\sqrt{۳})}$ $a^{\frac{۱}{۷}} = ۲۷a^{\frac{۱۵}{۷}}$ $\quad$ ۱٫۲۵ $\frac{a^{\frac{۱}{۷}}}{a^{\frac{۱}{۷}}} = ۲۷a^{\frac{۱۵-۱}{۷}}$ $\quad \frac{۳(\sqrt{۳}-۱)^۲}{\sqrt{۳}^۲-۱} = \frac{۳+۱-۲\sqrt{۳}\times۳}{۲}$ $۱ = ۲۷ \times a^{۲} \to a^۲ = \frac{۱}{۳^۳}$ $\quad a = \pm\frac{۱}{\sqrt{۲۷}}$ $\quad \frac{۱۰-۲\sqrt{۳}}{۲} = ۵-\sqrt{۳}$	۹
$\sqrt{x}+a = ۲+\sqrt{x-۴}$ ۱٫۵ $۲+\sqrt{x-۴} + \sqrt{x-۴} - ۲ = ۲\sqrt{x-۴}$	۱۰

۱۰

دو عبارت داده شده در صورت سوال یادآور اتحاد مزدوج است ...!

$$(\underbrace{\sqrt{n+a}-\sqrt{n-4}}_{۲})(\underbrace{\sqrt{n+a}+\sqrt{n-4}}_{t}) = n+a-n-(-4) = a+4$$

$$۲t = a+4 \rightarrow t = \frac{a}{۲}+۲ \rightsquigarrow t-۲ = \frac{a}{۲}+۲-۲ = \frac{a}{۲}$$

۹

$$a^{\frac{۱}{۷}} = ۲۷ \times a^{\frac{۱۵}{۷}} \rightarrow a^{\frac{۱۴}{۷}} \times ۲۷ = ۱ \rightarrow a = \frac{۱}{\sqrt{۲۷}} = \frac{۱}{۳\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۹}$$

$$\frac{۱}{a} = (\frac{۹}{\sqrt{۳}} - ۳) = \frac{۹-۳\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}(۳\sqrt{۳}-۳)}{\sqrt{۳}} \times \frac{۱}{۱+\sqrt{۳}} = \frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{۱+\sqrt{۳}} \times \frac{۱-\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}} = \frac{۳(۴-۲\sqrt{۳})}{۲} = ۶-۳\sqrt{۳}$$

۸

$$A = \sqrt[۱۵]{۴^{۳} \times ۴^{۲}}\,(۲)^{-۱(-\frac{۴}{۳})} = (۲^{۲})^{\frac{۱}{۳}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} = ۲^{\frac{۶}{۳}} = ۴$$

$$۲A = ۸ \rightsquigarrow (۲A)^{-\frac{۱}{۳}} = \sqrt[۳]{\frac{۱}{۸}} = \frac{۱}{۲}$$

گزینه ۱

۷

طبق اتحاد مزدوج $\rightsquigarrow \left((a+\frac{۱}{a})^{۲} - ۲\right)^{۲} = (a^{۲}+\frac{۱}{a^{۲}})^{۲} = a^{۴} + \frac{۱}{a^{۴}} + ۲$

$$\frac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}} \times \frac{۷+۴\sqrt{۳}}{۷+۴\sqrt{۳}} = \frac{۷+۴\sqrt{۳}}{۴۹-۴۸} = ۷+۴\sqrt{۳}$$

$$a^{۴} + \frac{۱}{a^{۴}} + ۲ = ۷-۴\sqrt{۳} + ۷+۴\sqrt{۳} + ۲ = ۱۶ \rightarrow ۲^{t} = ۱۶ \rightarrow \boxed{t=۴}$$

۶

$$(a^{۲}+b^{۲}-۲ab)^{۲} = (a-b)^{۴}$$

$$(a^{۲}+b^{۲}+۲ab)^{۲} = (a+b)^{۴} \rightarrow (a^{۲}-b^{۲})^{۴}$$

$$(\sqrt{\sqrt{۶}-۲} + \sqrt{\sqrt{۶}+۲})^{۲} = [\sqrt{۶}-۲+\sqrt{۶}+۲-۲\sqrt{۶-۴}]^{۲} = (۲\sqrt{۶}-۲\sqrt{۲})^{۲}$$

$$۲۴ \quad ۸ \quad ۸\sqrt{۱۲} = ۳۲ - ۱۶\sqrt{۳} = ۱۶(۲-\sqrt{۳}) \rightarrow \boxed{t=۱۶}$$