۱۷/۲۵ با دقت بیشتری حل کن!

نام و نام خانوادگی ....بهراد پیرانی.......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱

$$(1!+3!+5!+\cdots+25!)(2!+4!+6!+\cdots+26!)$$

رقم یکان ۷ — رقم یکان ۰ — رقم یکان ۰ — رقم یکان ۰

$$7\times 6 = 42$$

دقت! ۱/۵

۲

الف) $(4+\sqrt7)^{-\frac14}\times(1+\sqrt7)^{\frac24}=(4+\sqrt7)^{-\frac14}\times(8+2\sqrt7)^{\frac14}$

$$\frac{(8+2\sqrt7)(4-\sqrt7)}{(4+\sqrt7)(4-\sqrt7)}=\frac{32-8\sqrt7+8\sqrt7-14}{16-7}=\frac{18}{9}=2$$

$B=4$

$C=\sqrt{A^2-B}$

$\sqrt{A+\sqrt B}=\sqrt{\frac{A+C}{2}}-\sqrt{\frac{A-C}{2}}$

۱/۲۵

ب) $\left(\frac{\sqrt{3+\sqrt5}}{\sqrt{10}+2}\right)=\frac{\sqrt2}{2}\to\frac{\sqrt2}{2}\times(\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5})=\sqrt{\frac{3-\sqrt5}{2}}-\sqrt{\frac{3+\sqrt5}{2}}\Rightarrow\sqrt3-2$

۱

۳

الف) $\frac{2\sqrt2+3\sqrt3}{5-\sqrt6}\to\frac{19(\sqrt2+\sqrt3)}{19}$ $\qquad \frac{2}{\sqrt3-1}\to\sqrt3+1$

$\sqrt2+\sqrt3-\sqrt3+1=\sqrt2-1$

ب) $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt3}\to\frac{13(\sqrt3-1)}{13}$ $\qquad \frac{1}{2-\sqrt3}\to2+\sqrt3$

۲

$\sqrt3-1+2+\sqrt3=2\sqrt3+1$

۴

الف) $\sqrt{\frac{\frac{2((\sqrt3+1)+(\sqrt3-1))}{2}}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}}}=\sqrt{\frac{2(\sqrt3+\sqrt2)}{\sqrt3-\sqrt2}}$ $(\sqrt3+\sqrt2)$ ضرب در دو $\sqrt6+2\to\sqrt6+2-2=$

$\sqrt6=4$

۲

ب) $2^{\frac23}\times3\times2^{\frac14}\times2\times2^{\frac1{12}}=2^{\frac8{12}}\times2^{\frac3{12}}\times2^{\frac{12}{12}}\times2^{\frac1{12}}\times3=2^2\times3=12$

۵

$$\frac{3^n(1+3+3^2+3^3+3^4+3^5)}{2^{n-2}(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5)}=\frac{3^n\times364}{2^{n-2}\times63}=52\qquad\frac{3^n}{2^{n-2}}=\frac{52\times63}{364}=9$$

$$3^n=2^{n-2}\times9\Rightarrow\frac{3^n}{9}=2^{n-2}\Rightarrow3^{n-2}=2^{n-2}\Rightarrow n=2$$

۲

$$(b-a)^2(b+a)^2=(b^2-a^2)^2 \xrightarrow{\times\sqrt{2}} \left(\sqrt{\frac{\sqrt{6}+2}{2}}-\sqrt{\frac{\sqrt{6}-2}{2}}\right)^2 \to t=\frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-\sqrt{3}}$$

$$C=\sqrt{A^2-B} \to 2=\sqrt{6-B}$$

$$t=(2\sqrt{3}-2)(3+\sqrt{3})$$

$$\sqrt{A-\sqrt{B}} \Rightarrow \sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \qquad \sqrt{2}\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right) \to 2(\sqrt{3}-1)$$

$$t=6\sqrt{3}+6-6-2\sqrt{3}$$

$$\boxed{t=2(1+\sqrt{3})}$$

1/5

$$(2A)=2\times 2^{\frac{2}{5}}\times 2^{\frac{4}{15}}\times 2^{\frac{4}{3}}=2^{\frac{15}{15}}\times 2^{\frac{6}{15}}\times 2^{\frac{4}{15}}\times 2^{\frac{20}{15}}=2^3$$

$$(2^3)^{-\frac{4}{3}}=2^{-\frac{4}{9}}=\frac{1}{\sqrt[9]{16}}$$

1/5 7

چطور شد؟؟

$$\left[\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2\right]^2=\left[a^2+\frac{1}{a^2}\right]^2=a^4+\frac{1}{a^4}+2=7+4\sqrt{3}+\frac{1}{7+4\sqrt{3}}+2$$ 8

$$7+\cancel{4\sqrt{3}}+7-\cancel{4\sqrt{3}}+2=16=2^t \longrightarrow t=4$$

2

$$\sqrt[7]{a}=\sqrt[3]{a^{\frac{18}{7}}} \to a=3^{21}a^{18} \to 1=3^{21}a^{14} \to a^{14}=3^{-21}$$

$$a=3^{x/2}$$

$$14\times x=-21 \qquad x=-\frac{21}{14} \qquad x=-\frac{3}{2} \longrightarrow a=3^{-\frac{3}{4}}$$ 9

$$(1+3^{\frac{1}{4}})(1-3^{\frac{1}{4}})$$

1/5

$$\frac{3^{\frac{3}{4}}-3}{1+3^{\frac{1}{2}}}=\frac{3^{\frac{3}{4}}(1-3^{\frac{1}{4}})}{(1+3^{\frac{1}{2}})}=3^{\frac{3}{4}}(1-3^{\frac{1}{4}})=3^{\frac{3}{4}}-3^{\frac{5}{4}}$$

$$\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4}=2 \xrightarrow{\times(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4})\ \text{طرفین}} \cancel{x}+a-\cancel{x}+4=2\left(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}\right)$$

$$\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}=\frac{a+4}{2} \longrightarrow \underbrace{\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}}_{\frac{a+4}{2}}-2=?$$ 10

2

$$\frac{a+4}{2}-2=\frac{a}{2}$$

۱ـ

۵! عامل های ۵ و ۲ را باهم دارد پس از ۵! به بعد یکان فاکتوریل ها صفر است پس کافی است رقم یکان را تا ۴ فاکتوریل را محاسبه کنیم!

$$1! + 3! = 1 + 6 = 7$$

$$2! + 4! = 2 + 24 = 26$$

$\rightsquigarrow$ یکان $= 6 \times 7 = 42$

۲ـ الف

$$\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}} \times \sqrt[4]{(1+\sqrt{7})^{2}} = \frac{\sqrt[4]{7+1+2\sqrt{7}}}{\sqrt[4]{4+\sqrt{7}}} = \sqrt[4]{\frac{8+2\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}}} = \sqrt[4]{2}$$

۲ـ ب

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+2} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(\underbrace{\sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}}}_{b})^{2} = 3-\sqrt{5}+3+\sqrt{5}-2\sqrt{9-5} = 6-4 = 2$$

$$\rightarrow b^2 = 2 \xrightarrow{b<0} b = -\sqrt{2} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2}) = -1$$

۶ـ

$$(a^2+b^2-2ab)^2 = (a-b)^4$$

$$(a^2+b^2+2ab)^2 = (a+b)^4 \rightarrow (a^2-b^2)^4$$

$$(\sqrt{\sqrt{6}-2} + \sqrt{\sqrt{6}+2})^2 = \left[\sqrt{6}-2+\sqrt{6}+2-2\sqrt{6-4}\right]^2 = (2\sqrt{6}-2\sqrt{2})^2$$

$$24 \quad 8 \quad 8\sqrt{12} = 32-16\sqrt{3} = 16(2-\sqrt{3}) \rightsquigarrow \boxed{t=16}$$

۸ـ

$$A = \sqrt[15]{4^3 \times 4^2}\,(2)^{-1(-\frac{4}{3})} = (2^2)^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} = 4$$

$$2A = 8 \rightsquigarrow (2A)^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

۹-

$$a^{\frac{1}{7}} = 27 \times a^{\frac{15}{7}} \longrightarrow a^{\frac{14}{7}} \times 27 = 1 \longrightarrow a = \frac{1}{\sqrt{27}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

$$\frac{1}{a} = \left(\frac{9}{\sqrt{3}} - 3\right) = \frac{9-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\cancel{\sqrt{3}}(3\sqrt{3}-3)}{\cancel{\sqrt{3}}} \times \frac{1}{1+\sqrt{3}} = \frac{3(\sqrt{3}-1)}{1+\sqrt{3}} \times \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \frac{3(4-2\sqrt{3})}{2} = 6-3\sqrt{3}$$

۱۰-

دو عبارت داده شده در صورت سوال یادآور اتحاد مزدوج است ...!

$$\underbrace{\left(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4}\right)}_{2}\underbrace{\left(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4}\right)}_{t} = x+a-x-(-4) = a+4$$

$$2t = a+4 \longrightarrow t = \frac{a}{2} + 2 \rightsquigarrow t-2 = \frac{a}{2} + 2 - 2 = \frac{a}{2}$$