ساینا داودی   تکلیف ۲۱   نهم دختر B

۱)

$$(۱!+۳!+\underbrace{۵!+\dots+۲۵!}_{\text{چون ۲×۵ دارند یکان ۰ است}})(۲!+۴!+\underbrace{۶!+\dots+۲۶!}_{\text{چون ۲×۵ دارند یکان ۰ است.}})$$

$$(۱!+۳!)(۲!+۴!) = (۱+۶)(۲+۲۴) = ۷\times ۲۶ = ۱۸\boxed{۲}$$

یکان $= \underline{۲}$

۲) الف)

$$\frac{۲\sqrt{۲}+۳\sqrt{۳}}{۵-\sqrt{۶}} - \frac{۲}{\sqrt{۳}-۱} = \frac{(۲\sqrt{۲}+۳\sqrt{۳})(۵+\sqrt{۶})-۱۹(\sqrt{۳}+۱)}{۱۹} = \frac{۲۸\sqrt{۳}+۱۰\sqrt{۲}-۱۹\sqrt{۳}-۱۹}{۱۹} = \frac{۹\sqrt{۳}+۱۰\sqrt{۲}-۱۹}{۱۹}$$

ب)

$$\left(\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۱۰}+۲}\right)\left(\sqrt{۳-\sqrt{۵}}-\sqrt{۳+\sqrt{۵}}\right)$$

$$\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۱۰}+۲}\times\frac{\sqrt{۱۰}-۲}{\sqrt{۱۰}-۲} = \frac{(\sqrt{۲}+\sqrt{۵})(\sqrt{۱۰}-۲)}{۶} =$$

$$(\cancel{۳^{\frac{۱}{۲}}}-۵^{\frac{۱}{۴}}-\cancel{۳^{\frac{۱}{۲}}}-۵^{\frac{۱}{۴}}) = -۲(۵^{\frac{۱}{۴}})$$

۳) الف)

$$\frac{\sqrt{۸}+\sqrt{۲۷}}{۵-\sqrt{۶}} - ۲(\sqrt[۴]{۹}-۱)^{-۱} = \sqrt{۲}+\cancel{\sqrt{۳}}-\cancel{\sqrt{۳}}-۱ = \boxed{\sqrt{۲}-۱}$$

$$\frac{۲\sqrt{۲}+۳\sqrt{۳}}{۵-\sqrt{۶}}\times\frac{۵+\sqrt{۶}}{۵+\sqrt{۶}} = \frac{\cancel{۱۹}\sqrt{۲}+\cancel{۱۹}\sqrt{۳}}{\cancel{۱۹}} = \underline{\sqrt{۲}+\sqrt{۳}}$$

$$۲\left(\frac{۱}{\sqrt{۳}-۱}\right)\times\frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۳}+۱} = \cancel{۲}\times\frac{\sqrt{۳}+۱}{\cancel{۲}} = \underline{\sqrt{۳}+۱}$$

ب)

$$\frac{\sqrt{۲۷}-۱}{۴+\sqrt{۳}} + (۲-\sqrt{۳})^{-۱} = \sqrt{۳}-۱+۲+\sqrt{۳} = \boxed{۲\sqrt{۳}+۱}$$

$$\frac{۳\sqrt{۳}-۱}{۴+\sqrt{۳}}\times\frac{۴-\sqrt{۳}}{۴-\sqrt{۳}} = \frac{۱۲\sqrt{۳}\overbrace{-۹-۴}^{-۱۳}+\sqrt{۳}}{۱۳} = \frac{\cancel{۱۳}\sqrt{۳}-\cancel{۱۳}}{\cancel{۱۳}} = \underline{\sqrt{۳}-۱}$$

$$\frac{۱}{۲-\sqrt{۳}}\times\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}} = \underline{۲+\sqrt{۳}}$$

۴) الف) $\dfrac{\sqrt{۱+\sqrt{۳}}+\sqrt{\sqrt{۳}-۱}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}}-۲=$

$\dfrac{\sqrt{۱+\sqrt{۳}}+\sqrt{\sqrt{۳}-۱}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}}\times\dfrac{\sqrt{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}}{\sqrt{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}}=\left(\sqrt{۱+\sqrt{۳}}+\sqrt{\sqrt{۳}-۱}\right)\left(\sqrt{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}\right)=\sqrt{۳\cancel{-\sqrt{۳}}+\sqrt{۶}\cancel{-\sqrt{۲}}+\cancel{\sqrt{۳}}+۳+\cancel{\sqrt{۲}}+\sqrt{۶}}$

ب) $\sqrt[۴]{\sqrt[۳]{۲^۸}}\times\sqrt[۴]{۱۶۲}\times\sqrt{۴\sqrt[۴]{۲}}=\boxed{۱۲}$

$\dfrac{۲۴}{۱۲}=۲$

$۲^{\frac{۸}{۱۲}}\times ۳\times ۲^{\frac{۱}{۴}}\times ۲\times ۲^{\frac{۱}{۱۲}}=۳\times ۲^{\left(\frac{۸}{۱۲}+\frac{۱}{۴}+۱+\frac{۱}{۱۲}\right)}=۳\times ۲^۲=۳\times ۴=\underline{۱۲}$

---

۵) $\dfrac{۳^x+۳^{x+۱}+۳^{x+۲}+۳^{x+۳}+۳^{x+۴}+۳^{x+۵}}{۲^{x-۲}+۲^{x-۱}+۲^x+۲^{x+۱}+۲^{x+۲}+۲^{x+۳}}=۵۲$

$\left(\dfrac{۳}{۲}\right)^x\left(\dfrac{۱+۳+۹+۲۷+۸۱+۲۴۳}{\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}+۱+۲+۴+۸}\right)=۵۲\rightarrow\left(\dfrac{۳}{۲}\right)^x\left(\dfrac{۳۶۴}{\frac{۶۳}{۴}}\right)=۵۲$

$\left(\dfrac{۳}{۲}\right)^x=۵۲\times\dfrac{\frac{۶۳}{۴}}{۳۶۴}=۵۲\times\dfrac{۶۳}{۱۴۵۶}=\dfrac{۲۲۵}{۱۰۰}$

$\left(\dfrac{۳}{۲}\right)^x=\dfrac{\cancel{۱۵}^{\,۳}}{\cancel{۱۰}_{\,۲}}\times\dfrac{\cancel{۱۵}^{\,۳}}{\cancel{۱۰}_{\,۲}}\rightarrow\left(\dfrac{۳}{۲}\right)^x=\left(\dfrac{۳}{۲}\right)^۲\rightarrow x=۲$

---

۶) $(a+b)^۴(a-b)^۴=t(۲-\sqrt{۳})$ $\quad t=\boxed{-۲۴\sqrt{۲}-۱۶\sqrt{۶}}$ یا $\boxed{-۸\sqrt{۲}(۳+۲\sqrt{۳})}$

$\left(\sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲}+\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲}\right)^۴\left(\sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲}-\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲}\right)^۴=(\sqrt{۶}\cancel{-۲}+\sqrt{۶}\cancel{+۲})(\cancel{\sqrt{۶}}-۲\cancel{-\sqrt{۶}}-۲)$

$۲\sqrt{۶}\times -۴=-۸\sqrt{۶}\qquad t=\dfrac{-۸\sqrt{۶}}{۲-\sqrt{۳}}\times\dfrac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}}=-۱۶\sqrt{۶}-۲۴\sqrt{۲}$

---

۷) $\left(a^۲+\dfrac{۱}{a^۲}-۲\right)^۲=a^۴+\dfrac{۱}{a^۴}-۴\rightarrow$

$۷-۴\sqrt{۳}+\dfrac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}}-۴=۷-۴\sqrt{۳}+۷-۴\sqrt{۳}-۴=۱۰-۸\sqrt{۳}$

۸)

$$A = \sqrt[۵]{۴\sqrt[۳]{۱۶}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{-\frac{۴}{۳}}}$$

$$(۲A)^{-\frac{۱}{۳}} = \left(۲ \times ۲^{\frac{۲}{۵}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}}\right)^{-\frac{۱}{۳}} = ۲^{(۱+\frac{۲}{۵}+\frac{۴}{۳}+\frac{۴}{۳}) \times \frac{-۱}{۳}} = ۲^{\frac{۶۱}{۱۵} \times \frac{-۱}{۳}}$$

$$= ۲^{-\frac{۶۱}{۴۵}} \rightarrow \boxed{(۲A)^{-\frac{۱}{۳}} = \left(\frac{۱}{۲}\right)^{\frac{۶۱}{۴۵}} \text{ یا } \sqrt[۴۵]{۲^{-۶۱}}}$$

---

۹)

$$a^{\frac{۱}{۷}} = ۳^{۳} a^{\frac{۱۵}{۷}} \rightarrow a^{-۲} = ۳^{۳} \rightarrow \frac{۱}{a^{۲}} = ۲۷ \rightarrow \frac{۱}{a} = ۳\sqrt{۳}$$

$$\frac{۱}{a} - ۳ = ۳\sqrt{۳} - ۳$$

$$\boxed{۶-۳\sqrt{۳} \text{ یا } ۳(۲-\sqrt{۳}) \text{ برابر}}$$

$$\frac{\frac{۱}{a}-۳}{۱+\sqrt{۳}} = \frac{۳\sqrt{۳}-۳}{۱+\sqrt{۳}} = \frac{-۳(۱-\sqrt{۳})}{۱+\sqrt{۳}} \times \frac{(۱-\sqrt{۳})}{۱-\sqrt{۳}} = \frac{۳(۱-\sqrt{۳})^{۲}}{۲} =$$

$$\frac{۳(۱+۳-۲\sqrt{۳})}{۲} = \frac{۳+۹-۶\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۱۲-۶\sqrt{۳}}{۲} = ۶-۳\sqrt{۳}$$

---

۱۰)

$$-\cancel{\sqrt{x+a}} + \sqrt{x-۴} + \cancel{۲} = ۰$$

$$\cancel{\sqrt{x+a}} + \sqrt{x-۴} - \cancel{۲} = ?$$

$$۲\sqrt{x-۴} = ? \qquad x \geq ۴$$

$$۲|x| - ۴ \Rightarrow ۲x = ۴ \rightarrow x = ۲ \rightarrow a = ۲$$

$$\sqrt{x+a} - ۲ = ۰$$