تکلیف ۲۲ — (تمرین تام حد (۲)) — لمیا کرلاسیان

۱۹ آذر

۱-

$x^2-5x+3=0$

$\alpha=\frac{5-\sqrt{17}}{2}$

$\beta=\frac{5+\sqrt{17}}{2}$

$$\frac{4\alpha+\beta^4}{5\beta^3}=\frac{4\alpha}{5\beta^3}+\frac{\beta^3}{5}\Rightarrow\frac{4}{5}\frac{\alpha}{\beta^3}=\frac{4}{5}\times\frac{\frac{5-\sqrt{17}}{2}}{\frac{25+17+10\sqrt{17}}{4}}=\frac{8}{5}\times\frac{5-\sqrt{17}}{42+10\sqrt{17}}$$

۱/۵

$$\frac{380+350+92\sqrt{17}-92\sqrt{17}}{40}=\frac{73}{4}=\boxed{18,25}$$

$$\frac{\beta^3}{5}=\frac{1}{5}\times\frac{125+17\sqrt{17}+15\sqrt{17}(5+\sqrt{17})}{8}$$

$$*\ \frac{8}{5}\times\frac{5-\sqrt{17}}{42+10\sqrt{17}}=\frac{8}{5}\times\frac{(5-\sqrt{17})(42-10\sqrt{17})}{42^2-1700}=\frac{8}{5}\times\frac{210-42\sqrt{17}-50\sqrt{17}+170}{64}=\boxed{\frac{380-92\sqrt{17}}{40}}$$

$$=\frac{1}{5}\times\frac{350+92\sqrt{17}}{8}=\boxed{\frac{350+92\sqrt{17}}{40}}$$

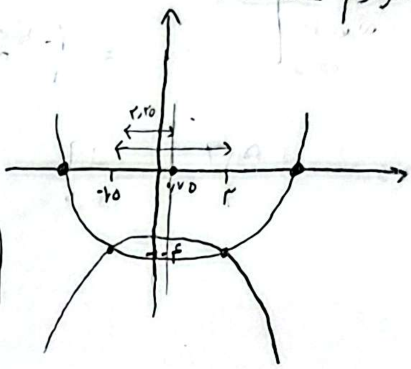
۲- $y=ax^2+bx+c$ $\quad(-1,5\ ,\ -4)\quad(+3\ ,\ -4)$ ⟵ دو نقطهٔ عرض های برابر دارند پس میانگین فاصله آنها برابر طول اکسترموم هست.

$|3+1,5|=4,5$

$4,5\div 2=\frac{9}{4}=2,25$

$2,25-1,5=0,75=\frac{3}{4}$ راس سهمی

$\frac{-b}{2a}=\frac{3}{4}\rightarrow\frac{b}{2a}=\frac{-3}{4}\rightarrow\boxed{\frac{b}{a}=S=\frac{-3}{2}}$



۲

۳- $x^2+2kx+5=0$

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{4}{3}k\rightarrow\frac{\sqrt{4k^2-20}}{1}=\frac{4}{3}k\rightarrow(2\sqrt{k^2-5})3=4k$$

$36(k^2-5)=16k^2$

$36k^2-180=16k^2$

$20k^2=180\rightarrow k=\pm3$

$\left[\frac{k^2}{2}\right]=[4,5]=4$

۲

۴- $\alpha^2+\beta^2=5$

$y=a(x-h)^2+k$ (عرض راس سهمی، طول راس سهمی) $\rightarrow y=a(x-h)^2+1$ $\quad h=\frac{3-5}{2}=-1$ طول راس سهمی، چون $(3,9)$ و $(-5,9)$ عرض یکسان دارند

$y=a(x+1)^2+1$

$y=ax^2+2ax+a+1$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$5=4-2\alpha\beta$

$1=-2\alpha\beta$

$-\frac{1}{2}=\alpha\beta\longrightarrow\frac{c}{a}=\frac{1}{2}\rightarrow\frac{a+1}{a}=\frac{-1}{2}\rightarrow -a=2a+2$, $-2=3a$, $\frac{-2}{3}=a$

$\frac{-b}{2a}=-1$, $\frac{-b}{a}=-2$, $\boxed{\alpha+\beta=-2}$

$c=$ محل برخورد با محور yها $=a+1=\frac{-2}{3}+1=\frac{1}{3}$ ، $\boxed{(0,\frac{1}{3})}$

۲

۵- $-x^2+5x+m=0$ $\quad\alpha,\beta<\frac{9}{2}$

① $\Delta>0$

$25+4m>0$

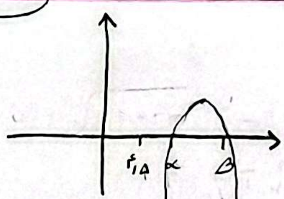
$4m>-25$

$\boxed{m>-6,25}$

② $f(4,5)<0$

$-\frac{81}{4}+\frac{45}{2}+m<0$

$m<-\frac{9}{4}\longrightarrow\boxed{m<-2,25}$



①,② $\Longrightarrow\boxed{-6,25<m<-2,25}$

۲

۶- $y=mx^2-12x+5m-1$ $\quad\min\big|_{m>0}+2\rightarrow\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(144-4m(5m-1))}{4m}=\frac{-144+20m^2-4m}{4m}$

$=\frac{4(-36+5m^2-m)}{4m}=2$

$\longrightarrow 2m=5m^2-36-m$

$0=5m^2-3m-36\rightarrow m=\frac{3\pm\sqrt{9+720}}{10}\xrightarrow{m>0}\frac{3+27}{10}=\boxed{3}$

$y=3x^2-12x+14\longrightarrow x_S=\frac{12}{6}=2\Longrightarrow x=2$ محور تقارن سهمی

۲

۷-

$x^2+2(a+1)x+2a-1=0$

$\alpha\beta=a^2$

$\frac{c}{a}=a^2 \longrightarrow 2a-1=a^2$

$0=a^2-2a+1$

$0=(a-1)^2 \longrightarrow \boxed{a=1}$

۲

۸-

$x^4-7x^2-5=0$

$x^2=t$

$t^2-7t-5=0$

$\left.\begin{array}{l}\frac{-b}{a}=S\\ \frac{c}{a}=P\end{array}\right\}$ $2P^2-3PS+2S-? \; 2P^2=$

$\frac{-b}{a}=7 \quad \frac{c}{a}=-5$

$50-3(7)(-5)+14=\boxed{169}$

۱٫۵

۹-

$y=kx^2-4x-6 \sim x_s=\frac{4}{2k}=\frac{2}{k} \quad y_s=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(16+24k)}{4k}=\frac{-4}{k}-6$

① $y_s=\frac{-6k-4}{k}$

$y=-4x-4 \sim y_s=-4\times\frac{2}{k}-4$

② $y_s=\frac{-8}{k}-4 \sim y_s=\frac{-4k-8}{k}$

$\xRightarrow{①,②} -4k-8=-6k-4$

$4=2k$

$\boxed{2=k} \longrightarrow y_s=\frac{-12-4}{2}=\boxed{-8}$

۲

۱۰-

$y=-mx^2+mx+1 \qquad y=-m-x$

$-mx^2+mx+1\neq -m-x$

$-mx^2+mx+1+m+x\neq 0$

$-mx^2+x(m+1)+m+1\neq 0 \xrightarrow{\times -1} mx^2-x(m+1)-m-1\neq 0 \xrightarrow{\Delta<0} m^2+2m+1+4m^2+4m<0$

$5m^2+6m+1<0$

$(m+1)(m+\frac{1}{5})<0$

$\begin{array}{ccccc} & -1 & & -\frac{1}{5} & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$

$(-1,-\frac{1}{5}) \sim$ ۰ عدد صحیح

۲

$x^۲ = t \rightarrow t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \rightarrow t = \dfrac{۷ \pm \sqrt{۶۹}}{۲} \xrightarrow{x^۲>۰} x^۲ = \dfrac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}$ ۸

$x = \pm\sqrt{\dfrac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}} \rightsquigarrow S = ۰ \ , \ P = -\left(\dfrac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right)$

$۲P^۲ - ۳\underbrace{SP}_{۰} + ۲\underbrace{S}_{۰} = ۲P^۲ = ۲\left(\dfrac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right)^۲ = \dfrac{۱}{۲}\left(۴۹ + ۶۹ + ۱۴\sqrt{۶۹}\right) = \boxed{۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}}$

$\dfrac{۴\alpha}{۵\beta^۲} + \dfrac{\beta^۵}{۵\beta^۲} = \dfrac{۴}{۵}\,\dfrac{\alpha}{\beta^۲} + \boxed{\dfrac{۱}{۵}\beta^۳}$ ۱

$\alpha\beta = ۲ \rightarrow \beta = \dfrac{۲}{\alpha} \rightarrow \beta^۲ = \dfrac{۴}{\alpha^۲} \rightsquigarrow \dfrac{۴}{۵}\,\dfrac{\alpha}{\beta^۲} = \dfrac{\cancel{۴}}{۵}\,\dfrac{\alpha}{\frac{\cancel{۴}}{\alpha^۲}} = \boxed{\dfrac{۱}{۵}\alpha^۳}$ $\Big\}$ $\dfrac{۱}{۵}(\alpha^۳ + \beta^۳)$

$\dfrac{۱}{۵}(S^۳ - ۳SP) = \dfrac{۱}{۵}\left(۱۲۵ - ۲(۳)(۵)\right) = \dfrac{۱}{۵}(۱۲۵ - ۳۰) = \dfrac{۹۵}{۵} = \boxed{۱۹}$