نام و نام خانوادگی ...یاسمن بیمان... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۰... کلاس ...دهم دختر B...

۲۰ آفرین

۱

الف) $\frac{-b}{2a} = \frac{4}{4} = 1 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 2-4+1=-1$ $\left|\begin{matrix}1\\-1\end{matrix}\right.$ → min دارد

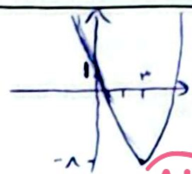
ب) $\frac{-b}{2a} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} -2(\frac{3}{4})^2+3\times\frac{3}{4}-5 = \frac{-9}{8}+\frac{9}{4}-5 = \frac{-31}{8}$ max دارد

$\left|\begin{matrix}\frac{3}{4}\\ \frac{-31}{8}\end{matrix}\right.$

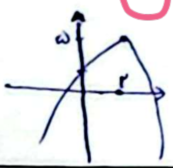
(۲)

۲

الف) $y = x^2-6x+1$ (عرض از مبدا ۱) $\to \frac{-b}{2a} \to \frac{6}{2}=3 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 9-18+1 \to \left|\begin{matrix}3\\-8\end{matrix}\right.$



ب) $y=-x^2+4x+1$ (عرض از مبدا ۱) $\to \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2}=2 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} -4+8+1=5 \to \left|\begin{matrix}2\\5\end{matrix}\right.$



(۲)

۳

$\alpha^3+\beta^3 = S^3-3PS$ $\quad \alpha^2+\beta^2 \to S^2-2P \to (1)^2-2(-2)=5$

$\to (1)^3-3(-2)(1) = 7$

$4\alpha^3+k\alpha^2-9\alpha-2=0$

$+$

$4\beta^3+k\beta^2-9\beta-2=0$

$4(\underbrace{\alpha^3+\beta^3}_{7})+k(\underbrace{\alpha^2+\beta^2}_{5})-9(\underbrace{\alpha+\beta}_{1})-4=0 \to 28+5k-13=0 \to 5k=-15$

$k=-3$

(۲)

۴

$x^2-3mx+m=0 \to \alpha\beta=m$, $\alpha+\beta=3m$

$\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}=1 \to 3m-2\sqrt{m}-1=0$ $\quad \sqrt{m}=t$

$3t^2-2t-1=0 \to \frac{2\pm\sqrt{16}}{6}$ → 1 ✓ ، $\frac{-1}{3}$ غ ق ق

$\sqrt{m}=1 \to m=1 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 2x^2-x-1=0$

ضرب ریشه‌ها $\frac{c}{a} = \frac{-1}{2}$

(۲)

۵

$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2}\times \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \frac{3}{4}$

ارتفاع: عرض از مبدا → m ؛ قاعده: فاصله دو ریشه → $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \to \sqrt{(m+2)^2-8m} \to \sqrt{m^2-4m+4} = (m-2)^2$

$\to \frac{|m-2|}{2}$ → (۱) $\frac{m-2}{2}$ ، (۲) $\frac{2-m}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}\times m\times\frac{m-2}{2} = \frac{3}{4} \to \frac{m^2-2m}{4} = \frac{3}{4} \to m^2-2m=3 \to m^2-2m-3=0$

$(m-3)(m+1)$ → 3 ، -1

(۲) $\frac{1}{2}\times m\times\frac{2-m}{2} = \frac{3}{4} \to \frac{2m-m^2}{4} = \frac{3}{4} \to 2m-m^2-3=0 \to \Delta<0 \to$ × ریشه

(۲)

$y = x^2-mx+1$

$\to \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2}$

$\to \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2}$

۶

$y = ax^2 + 4x + a$ — عرض رأس $\to \frac{-\Delta}{4a} = \frac{7}{8} \to \frac{4a^2-9}{4a} = \frac{7}{8} \to 8a = 32a^2 - 72$

$32a^2 - 28a - 72 = 0 \to 4(8a^2 - 7a - 18) = 0 \to a = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 576}}{16} = \frac{7 \pm 25}{16}$

$a = 2$ ✓ — $a = \frac{-18}{16}$ غ ق ق

یک صفر

چون کمی min دارد است ✓

۷

$x^2 - (a+1)x + a = 0$ — دو صفر قرینه $\to$ مجموع ریشه‌ها $= 0$ $\to$ $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 0 \to \frac{\sqrt{(a-1)^2}}{1}$

$\to |a-1| = 0 \to a = 1$ — $a = 1$ غ ق ق $\to$ چون ریشه‌ها طبیعی $\to$ مزدوج‌شان منفی می‌شود

$a = 1 \to x^2 - 4x + 3 \to (x-1)(x-3) \to 1, 3$

$x^2 - (3a+1)x + b = 0 \xrightarrow{a=3} x^2 - 10x + b = 0$ — اختلاف ریشه‌ها 2: $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \to \frac{\sqrt{100-4b}}{1} = 2$

$100 - 4b = 4 \to b = 24$ ✓ — $24 - 3 = 21$ ✓

۸

$y = -ax^2 + ax + 2$ — رأس $\to \frac{-b}{2a} \to \frac{-a}{-2a} = \frac{1}{2}$ — جایگذاری $\to \frac{-a}{4} + \frac{a}{2} + 2 \to \frac{8+a}{4}$ ← عرض رأس

$y = 2x^2 - bx - 1$ — رأس $\to \frac{-b}{2a} \to \frac{b}{4} = \frac{1}{2}$ — جایگذاری $\to \frac{b}{8} - \frac{b}{4} - 1 \to \frac{-(b+8)}{8}$ ← رأس $\left|\frac{\frac{1}{2}}{\frac{-(b+8)}{8}}\right.$

جایگذاری رأس معادله (دو) در معادله اول $\to \frac{-a}{16} + \frac{4a}{16} + \frac{32}{16} = \frac{3a+32}{16} = \frac{-(b+8)}{8} \to 3a + 2b = -48$

جایگذاری رأس معادله اول در معادله دوم $\to \frac{b}{2} - \frac{b}{2} - 1 = -1 = \frac{8+a}{4} \to a = -12$

$-36 + 2b = -48 \to b = -6$ ✓

$b - a = -6 + 12 = 6$ ✓

۹

$\alpha\beta = \frac{\beta}{2a\alpha}$ — $\alpha + \beta = \frac{-4}{2a\alpha}$ — جایگذاری $\alpha = \frac{1}{2a}$ $\to \beta = -\frac{4}{a} - \frac{1}{a} = -1$ ← غ ق ق $\alpha < \beta$

$= 2a\alpha^2\beta = \beta \to \alpha^2 = \frac{1}{2a} \to \alpha = \pm\frac{1}{a}$

$\alpha = -\frac{1}{a}$ — $\beta = \frac{4}{a} + \frac{1}{a} = 1 \to \beta > \alpha$ ✓

$-a(\frac{2}{a})^2 + 4(\frac{2}{a}) + 1 = \frac{9}{a}$ ← جایگذاری $-\frac{b}{2a} = \frac{2}{a}$

$\to \alpha = -\frac{1}{a}$, $\beta = 1$ ✓

$y > 0, x > 0$ $\to$ ناحیه اول ← رأس $y = -ax^2 + 4x + 1$ ← جایگذاری

۱۰

$x^2 - (\underbrace{a^2 + b^2 - 12}_{S})x + \underbrace{a + b - 1}_{P = S - 1} = 0$

$S^2 - 4P$

$\to S = S^2 - 2P - 12$ $\xrightarrow{P = S-1}$ $S^2 - 3S - 10 = 0$ — $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \to \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2}$

$\sqrt{\Delta}$ — -2 ← غ ق ق ← چون جمع دو عدد طبیعی صفر نمی‌شود.