آذین پورعسکری　　۱۸٫۲۵

۱

الف) $y=2x^2-4x+1$ ⟶ $\frac{-b}{2a}=\frac{4}{4}=1$

$2(1)-4(1)+1=-1$

مینیمم دارد ⟶ $a>0$ و

ب) $y=-2x^2+3x-5$ ⟶ $\frac{-b}{2a}=\frac{-3}{-4}=\frac{3}{4}$

ماکسیمم دارد ⟶ $a<0$ و

$-2(\frac{9}{16})+3(\frac{3}{4})-5=-\frac{9}{8}+\frac{9}{4}-\frac{40}{8}=-\frac{31}{8}$

۲

الف) x^2-6x+1 ⟶

$a>0$

رأس: $\frac{-b}{2a}=\frac{6}{2}=3$ ، -8

و $y=+1$ عرض از مبدا

و $\Delta=b^2-4ac=36-4(1)(1)=32$

$\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{6\pm4\sqrt{2}}{2}=$ ⟶ $3+2\sqrt{2}\simeq5.8$ ، $3-2\sqrt{2}\simeq0.2$

ب) $-x^2+4x+1$ ⟶

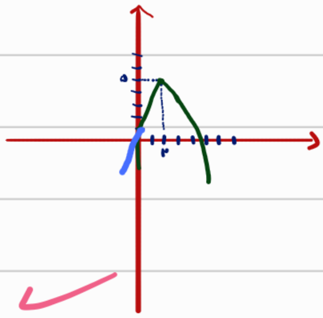
$a<0$

رأس: $\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2$ ، 5

و $y=1$ ⟵ عرض از مبدا

$-x^2+4x+1=0$

$\Delta=b^2-4ac=16-4(-1)(1)=12$ ⟶ $\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4\pm2\sqrt{3}}{-2}=$ ⟶ $2+\sqrt{3}=3.7$ ، $2-\sqrt{3}=0.2$



۳

$4x^3+Kx^2-9x-2=0$

α و β ⟵ جمع $=1$ ، ضرب $=-2$ ⟶ $x^2-1x-2=0$ ⟶ $\alpha=2$ ، $\beta=-1$

$x=2$ ⟶ $4(8)+K(4)-18-2=0$

$4K=-12$

$K=-3$

۴

x_1, x_2 ⟶ $\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}=1$ ⟶ $x_1=x_2+2\sqrt{x_2}+1$

$x_1+x_2=3m$ ⟶ $x_2+\sqrt{x_2}+\frac{1}{2}=\frac{3m}{2}$

$x_1x_2=m$ ⟶ $x_2^2+x_2+2x_2\sqrt{x_2}=m$

???

۵

عرض از مبدا ⟵ $\begin{vmatrix}0\\m\end{vmatrix}$　و $\alpha+\beta=\frac{m+2}{2}$ ، $\alpha\beta=\frac{m}{2}$

$S=\frac{1}{2}\times|x_1-x_2|\times|m|$　($|x_1-x_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{a}$)

$\Delta=(m+2)^2-8m=m^2-4m+4$

$|x_1-x_2|=\frac{|m-2|}{2}$

$S=\frac{1}{2}\times\frac{|m-2|}{2}\times|m|=\frac{3}{4}$

$\frac{|m(m-2)|}{4}=\frac{3}{4}$ ⟶ $|m(m-2)|=3$ ⟶ $m^2-2m-3=0$ ⟶ $(m-3)(m+1)=0$ ⟶ ۳ یا -1

حاصل طول رأس سهمی ⟵ $\frac{3}{2}$ ، $-\frac{1}{2}$

۶

$a>0$ و $x=\frac{-b}{2a}=-\frac{3}{2a}$ و $y=a-\frac{9}{4a}$ ⟶ $a-\frac{9}{4a}=\frac{7}{8}$ ⟶ $8a^2-18-7a=8a^2-7a-18$ ⟶ $a=2$ ، $a=-\frac{9}{8}$ ⟶ غ ق ق

چون $a>0$ است

۷

در معادله اول: $\alpha_1=2n-1$ ، $\beta_1=2n+1$　　$\alpha_1+\beta_1=a+1$ ، $\alpha_1\beta_1=a$

$\alpha_1+\beta_1=(2n-1)+(2n+1)=4n$ ⟶ $a+1=4n$ ⟶ $a=4n-1$ ⟶ $4(1)-1=3$

$\alpha_1\beta_1=(2n-1)(2n+1)=4n^2-1$ ⟶ $4n(n-1)=0$ ⟶ $n=0$ غ ق ق ⟵ زوج است ، $n=1$

$1\times3=3$

۷

ریشه‌های معادله دوم: α_2 , β_2

$x^2-(3a+1)x+b=0$

$\alpha_2+\beta_2 = 2m+2m+2 = 4m+2 = 3a+1 \xrightarrow{a=3} 4m=8 \to m=2 \; , b=24$

$\alpha_2\beta_2 = 2m(2m+2) = 4m(m+1) = b$

$\to 24-3 = \boxed{21}$ ✓

۲

۸

$y=-ax^2+ax+2 \to \frac{-b}{2a}=\frac{-a}{-2a}=\frac{1}{2}=x$

$y=-\frac{a}{4}+\frac{a}{2}+2=\frac{a+8}{4}$

$2bx^2-bx-1 \to x=\frac{1}{2}, y=\frac{a+8}{4} \to \frac{b}{2}-\frac{b}{2}-1=\frac{a+8}{4} \to -4=a+8 \to \boxed{a=-12}$

۱٫۵

و دوباره

از ۲ سر دوم

$\frac{+b}{4b}=\frac{1}{4}=x \to y=\frac{b}{8}-\frac{2b}{8}-\frac{8}{8}=\frac{-b-8}{8} \to -ax^2+ax+2 \to x=\frac{1}{4}, y=\frac{-b-8}{8}$

$\to \frac{-a}{16}+\frac{4a}{16}+\frac{32}{16}=\frac{3a+32}{16}=\frac{-4}{16}=4,25=\frac{17}{4}=\frac{-b-8}{8} \to b=-42$

$b-a=-42+12=\boxed{-30}$

۹

α, β ریشه‌اند

$y=25\alpha x^2+4x+\beta$

$25\alpha=a \quad \frac{-b}{a}=\frac{-4}{25\alpha}=\alpha+\beta \to 25\alpha^2+25\alpha\beta=-4$

$\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{\beta}{25\alpha}$

$25\alpha^2+25\alpha\frac{\beta}{25\alpha}=-4$

$25\alpha^3+\beta=-4\alpha$

$\alpha(25\alpha^2+4)+\beta=0$

راس: $x=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{50\alpha}=\frac{-2}{25\alpha}$

$y: \beta-\frac{4}{25\alpha}$

if $\alpha>0 \to y>0 , x<0$

if $\alpha<0 \to y>0 , x>0$

ناحیه $y>0$ یعنی ① یا ②

۱٫۷۵

۱۰

$a+b=a^2+b^2-12 \to a(a-1)+b(b-1)=12$

$ab=a+b-1$

جمع ۲ عدد ۱۲ شده که از بخش ... نشان گونه‌ی و از ضرب یک عدد در عدد کوچکتر از خودش بوجود آمده اند

$\to \boxed{a+b=5}$ ✓

۲

۴

$\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}=1 \rightarrow 3m-2\sqrt{m}=1 \quad (\sqrt{m}=t)$

$3t^2-2t-1=0 \rightarrow t=1 \;,\; t=-\frac{1}{3} \quad \xrightarrow{\sqrt{m}>0} m=1$

$2x^2-mx-m=0 \rightarrow 2x^2-x-1=0 \rightarrow \frac{c}{a}=-\frac{1}{2}$

۸

$y=-ax^2+ax+2 \rightarrow S\left(\frac{1}{2}, \frac{a}{4}+2\right)$

$y=2bx^2-bx-1 \rightarrow S\left(\frac{1}{4}, -\frac{b}{8}-1\right)$

$2b\left(\frac{1}{4}\right)-b\left(\frac{1}{2}\right)-1=\frac{a}{4}+2 \rightarrow \frac{a}{4}=-3 \rightarrow a=-12$

$-a\left(\frac{1}{16}\right)+a\left(\frac{1}{4}\right)+2=-\frac{b}{8}-1 \rightarrow -\frac{3}{4}-3+2=-\frac{b}{8}-1 \rightarrow b=-6$

$b-a=-6-(-12)=6$

۹

$\frac{c}{a}=\frac{\beta}{25\alpha}=\alpha\beta \rightarrow \alpha^2=\frac{1}{25} \rightarrow \alpha=\pm\frac{1}{5}$

$-\frac{b}{a}=\frac{-4}{25\alpha}=\alpha+\beta \quad \begin{cases} \alpha=\frac{1}{5} \rightarrow \beta=-1 \\ \alpha=-\frac{1}{5} \rightarrow \beta=1 \checkmark \ (\beta>\alpha) \end{cases}$

$y=-5x^2+4x+1 \rightarrow \begin{cases} x_S=\frac{4}{10} & \text{مثبت} \\ y_S=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(16+20)}{-20}=\frac{9}{5} & \text{مثبت} \end{cases}$

* رأس سهمی در ناحیه اول است