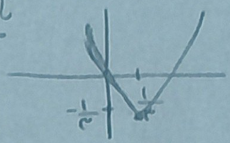
نام و نام خانوادگی: تانیا ترک ترابی　　سی: ۲۵　　گروه: دهم یکشنبه

۱۸٫۵

۱

الف) $y = 3x^2 - 2x$　　min $\left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \\ 3\times\frac{1}{9} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3} \end{array}\right.$

ناحیه سوم

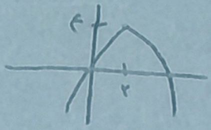


x	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
y	0	$-\frac{1}{3}$	0

۲

ب) $y = -x^2 + 4x$　　max $\left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} = 2 \\ -4+8 = 4 \end{array}\right.$

ناحیه دوم

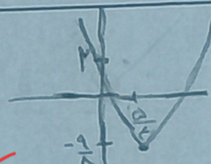


x	0	2	4
y	0	4	0

۲

	0	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{2}$
	2	$-\frac{9}{8}$	2

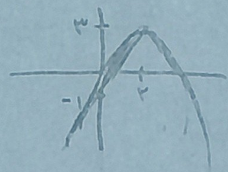
الف) $y = 2x^2 - 5x + 2$　　min $\left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} = \frac{5}{4} \\ 2\times\frac{25}{16} - \frac{25}{4} + 2 = \frac{25-50+16}{8} = -\frac{9}{8} \end{array}\right.$



ناحیه ۱ و ۲ و ۴

۲

ب) $y = -x^2 + 4x - 1$　　max $\left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} = 2 \\ -4+8-1 = 3 \end{array}\right.$



ناحیه ۱ و ۳ و ۴

x	0	2	4
y	-1	3	-1

۳

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$　　$\alpha-\beta = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{13}}{1}$　　$\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = 1$　　$\Delta = 1+12 \Rightarrow \Delta = 13$

۲

ب) $\alpha^2+\beta^2 = S^2 - 2P = 1 + 6 = 7$　　$S = -\frac{b}{a} = 1$　$P = \frac{c}{a} = -3$

ج) $\alpha^3+\beta^3 = S^3 - 3SP = 1 + 9 = 10$

د) $\alpha^3-\beta^3 = \underbrace{(\alpha-\beta)}_{\sqrt{13}}\underbrace{(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)}_{(\alpha^2+\beta^2)+\alpha\beta = 7-3 = 4} = \sqrt{13}\times 4 = 4\sqrt{13}$

۴

$y = \underbrace{(x-2)}_{x=2}\underbrace{(x^2 - ax + a)}_{\Delta<0}$　　$a^2 - 4a < 0 \Rightarrow a(a-4) < 0$　($a=0$، $a=4$)

	0		4	
+	0	−	0	+

۱٫۵

چون یک ریشه داریم

$(0, 4)$

معادله‌ی $x^2 - ax + a$ می‌تواند ریشه‌ی مضاعف
۲ = x داشته باشد ← $a=4$ ← مقدار درست a ← $a \in (0, 4]$

۵

$\Delta = 144 + 12a$　　$\alpha, \beta = \frac{12 \pm \sqrt{144+12a}}{6}$　　$\alpha+\beta = \frac{12}{3} = 4$　　$\alpha\beta = \frac{-a}{3}$

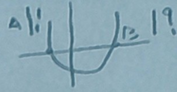
$\alpha^2+\beta^2 = S^2 - 2P = 16 + \frac{2a}{3}$　　$\beta^2 = \alpha^2+\beta^2-\alpha^2 = (16 + \frac{2a}{3}) - \alpha^2$　　$2\alpha^2 + (16 + \frac{2a}{3}) - 4\alpha = 7 \Rightarrow$

$2\alpha^2 - 4\alpha + \frac{2a}{3} + 9 = 0$　　$a = 6\times\frac{((-4)^2 - 4\times2\times9)}{2} = 2$　　$\frac{a}{\alpha} = \frac{2}{2 + \frac{\sqrt{42}}{2}}$

۱٫۵

$A = (۲a+۳ , \underbrace{a-۲}_{\text{برابر}}) , B(۷-۲a , \underbrace{a-۲}_{\text{برابر}})$ $\quad y = a(x-۵)^۲ + ۳ \Rightarrow ۱ = ۱۶a + ۳$

طول $x = \frac{۲x+۳+۷-۲a}{۲} = ۵ \quad \Big| \begin{matrix} ۵ \\ ۳ \end{matrix}$



$\boxed{a = -\frac{۱}{۸}}$

$\boxed{b = ۵} \qquad b - ۲ = ۳$

$y = ۰ = -\frac{۱}{۸}(x-۵)^۲ + ۳$ ۲

$y(۰) = -\frac{۲۵}{۸} - \frac{-۱}{۸} \Rightarrow$ فاصله $\frac{۱}{۵}$ خواهد شد ۶

$\begin{cases} \alpha + \beta = ۱ \rightarrow \alpha = ۱ - \beta \\ \alpha\beta = \frac{-b}{a} \end{cases}$ $\quad ۴۰\beta^۲ + ۲۰(۱-\beta)^۲ - ۲۰\beta = ۱۷ \quad$ $۴۰\beta^۲ + ۲۰(۱-۲\beta+\beta^۲) = ۱۷ \Rightarrow$

$(۱-\beta)^۲ = ۱ - ۲\beta + \beta^۲ \quad$ $(۴۰\beta^۲ + ۲۰\beta^۲) - (۴۰\beta + ۲۰\beta) + ۲۰ - ۱۷ = ۰$

$\Delta = ۳۶۰۰ - ۷۲۰ = ۲۸۸۰$

$\beta = \frac{۱ \pm \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}{۲}$

$\alpha_۱ = ۱ - \beta_۱ , \alpha_۲ = ۱ - \beta_۲ \quad \alpha - \beta = \frac{\sqrt{a^۲ + ۴ab}}{a} \xrightarrow{\alpha+\beta=۱} \frac{\sqrt{۳۲۰}}{۲۰} = \frac{۸\sqrt{۵}}{۲۰} = \boxed{\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$ ✓

۲

$(-۵ , \beta) , (۱ , \beta) \Rightarrow \frac{-۵+۱}{۲} = -۲ \rightarrow x = -۲ \quad ext \Big| \begin{matrix} -۲ \\ -\frac{۱}{۲} \end{matrix} \rightarrow \frac{-b}{۲a} = -۲ \rightarrow b = ۴a$

$= \frac{\Delta}{۴a} \Rightarrow \frac{-b^۲ + ۴ac}{b} = -b + c \rightarrow \frac{c}{۲} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow b = ۲$ ۸

۲

$\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + \frac{c}{۲} \xrightarrow{x=۱} \frac{۱}{۲} + ۲ + \frac{c}{۲} \Rightarrow \boxed{b = ۴}$

$\alpha + \beta = -۶ , \alpha\beta = a \xrightarrow{\alpha<\beta<۰} \beta = -۳ + d , \alpha = -۳ - d \xrightarrow{d>۰} ۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸a \longrightarrow$

$۳(-۳-d)^۲ + ۲(-۳+d)^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸a \rightarrow ۳(۹+۶d+d^۲) + ۲(d^۲ - ۶d + ۹) = ۱۲\sqrt{۲} ,$

$(۲۷ + ۱۸d + ۳d^۲) + (۲d^۲ - ۱۲d + ۱۸) = ۱ \rightarrow ۵d^۲ + ۶d + ۴۵ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸a \Rightarrow ۵d^۲ + ۶d - ۴۰ - ۱۲\sqrt{۲} = ۰$

$\Rightarrow d = \frac{-۶ \pm \sqrt{۸۳۶ + ۲۴۰\sqrt{۲}}}{۱۰} \quad a = (-۳-d)(-۳+d) = (-۳)^۲ - d^۲ = ۹ \quad d^۲ = \frac{۴۰ + ۱۲\sqrt{۲} - ۶d}{۵}$ ۹

$a = ۹ - d^۲ \Rightarrow a \simeq ۹ - ۸ = \boxed{۱}$ ۲

$\alpha + \beta = \frac{m+۱۴}{۳۶} , \alpha\beta = \frac{۱}{۳۶}$

$\sqrt{\frac{۱}{\alpha}} + \sqrt{\frac{۱}{\beta}} = ۵ = \frac{\sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha}}{\underbrace{\sqrt{\alpha\beta}}_{\sqrt{\frac{۱}{۳۶}}}} = ۵ \Rightarrow \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = ۵ \times \frac{۱}{۶} = \frac{۵}{۶}$

۱/۵

$\alpha + \beta = (\frac{۵}{۶})^۲ = \frac{۲۵}{۳۶} \qquad \frac{m+۱۴}{۳۶} = \frac{۲۵}{۳۶} \Rightarrow m = ۱۱$ ۱۰

حاصل ضرب ریشه های معادله دوم

$\frac{۲}{m} = \boxed{\frac{۲}{۱۱}}$

$$\alpha+\beta = -\left(\frac{-۱۲}{۳}\right) = ۴ \rightsquigarrow \beta = ۴-\alpha$$ **۵**

$$۲\alpha^{۲} + \beta^{۲} - ۴\alpha = ۷ \rightsquigarrow ۲\alpha^{۲} + \alpha^{۲} - ۸\alpha + ۱۶ - ۴\alpha = ۷ \rightsquigarrow ۳\alpha^{۲} - ۱۲\alpha + ۹ = ۰$$

$$\left.\begin{array}{l} \to \alpha = ۱ \to \beta = ۳ \\ \to \alpha = ۳ \to \beta = ۱ \end{array}\right\} \boxed{a = ۹}$$

$$\frac{a}{\alpha_{max}} = \frac{-۹}{۳} = \boxed{-۳}$$

۱۰

$$A = \sqrt{\frac{1}{\alpha}} + \sqrt{\frac{1}{\beta}} = ۵ \longrightarrow A^{۲} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + ۲\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}} = ۲۵$$

$$\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} + ۲\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}} = ۲۵ \longrightarrow \frac{\frac{m+۱۴}{۳۶}}{\frac{1}{۳۶}} + ۲\sqrt{۳۶} = ۲۵ \longrightarrow m+۱۴+۱۲ = ۲۵ \longrightarrow \boxed{m = -۱}$$

$$y = m^{۲} + ۳n + ۲ \longrightarrow P = \frac{۲}{m} = \frac{۲}{-۱} = \boxed{-۲}$$