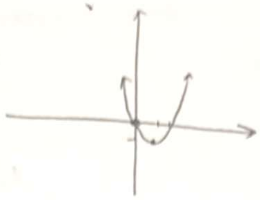
سوال ۱) سارا تیرونیا

الف) ناحیه سوم نمی‌آورد

$y = 3x^2 - 2x \rightsquigarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{3}$ $\quad y = -\frac{1}{3}$ $\quad$ راس $\left|\begin{matrix}\frac{1}{3}\\ -\frac{1}{3}\end{matrix}\right.$

$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4\times3\times0}}{6} \begin{cases} \rightarrow \frac{2+2}{6} = \frac{2}{3} \\ \rightarrow 0 \end{cases}$

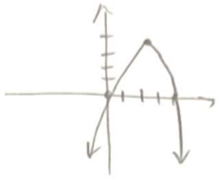


ب) ناحیه دوم نمی‌آورد

$y = -x^2 + 4x \rightarrow x = \frac{-b}{2a} = 2$ $\quad \left|\begin{matrix}2\\ 4\end{matrix}\right.$

$-4 + 8 = 4$ $\quad y = 4$

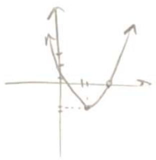
$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \begin{cases} \rightarrow 0 \\ \rightarrow 4 \end{cases}$



سوال ۲)

الف) ناحیه ۱ و ۲ و ۴

$y = 2x^2 - 5x + 2$ $\quad \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4}$ $\quad y = -\frac{9}{8}$ $\quad \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} \begin{cases} \nearrow 2 \\ \searrow \frac{1}{2} \end{cases}$



ب) ناحیه ۱ و ۳ و ۴

$y = -x^2 + 4x - 1$ $\quad \left| \begin{matrix} -\frac{b}{2a} = 2 \\ y = 3 \end{matrix}\right.$ $\quad \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{-2}$

سوال ۳)

$x^2 - x - 3 = 0$ $\quad \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2} \begin{cases} \nearrow \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ \searrow \frac{1-\sqrt{13}}{2} \end{cases}$ $\quad \alpha - \beta = \frac{1+\sqrt{13}-1+\sqrt{13}}{2} = \frac{\cancel{2}\sqrt{13}}{\cancel{2}} = \sqrt{13}$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2 + \beta^2 \longrightarrow S^2 - 2P \longrightarrow 1 - 2(-3) = 7$

ج) $\alpha^3 + \beta^3 \longrightarrow S^3 - 3PS \rightarrow 1 - 3(-3)(1) = 10$

د) $\alpha^3 - \beta^3 = (\underbrace{\alpha - \beta}_{\sqrt{13}})^3 + 3\alpha\beta(\alpha - \beta) = 4\sqrt{13}$

سوال ۴)

$x^2 - ax + a \rightsquigarrow \Delta < 0$ $\quad a^2 - 4a < 0$ $\quad a(a-4) < 0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & 0 & & 4 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ $\quad (0, 4)$

سوال ۵)

$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$ $\quad \alpha^2 + \beta^2 + \underbrace{\alpha^2 - 4\alpha}_{\frac{a}{3}} = 7 \rightsquigarrow 16 + \frac{2}{3}a + \frac{a}{3} = 7$ $\quad a = -9$

$3\alpha^2 - 12\alpha + a = 0$ $\quad \alpha^2 - 4a = \frac{a}{3}$

$3\beta^2 - 12\beta - a = 0$

$3x^2 - 12x + 9 = 0$ $\quad 3(x^2 - 4x + 3) = 0 \rightsquigarrow \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} \begin{cases} \nearrow 3 \\ \searrow 1 \end{cases} \rightsquigarrow -\frac{9}{3} = \boxed{-3}$

سوال ۶

$A,B \rightsquigarrow \underset{\text{عرض برابر}}{}$ $\dfrac{۷-۲a+۲a+۳}{۲}=۵$ طول رأس   رأس $\left|\begin{matrix}۵\\۳\end{matrix}\right.$

$\dfrac{-b}{۲a}=۵ \quad b=-۱۰a$

$\xrightarrow{a=۳} A(۹,۱) \quad B(۱,۱)$ رأس $\left.\begin{matrix}۲۵a+۵b+c=۳\\ a+b+c=۱\end{matrix}\right\} \longrightarrow \left.\begin{matrix}۲۵a-۵۰a+c=۳\\ a-۱۰a+c=۱\end{matrix}\right\} \begin{matrix}-۱۶a=۲\\ a=-۱/۸\end{matrix} \quad c=-۱/۸$

جواب $\boxed{۱/۸}$ فاصله

سوال ۷

$ax^۲-ax-b=۰$

$\alpha+\beta=\dfrac{-b}{a}=۱ \quad \alpha=۱-\beta$

$۴۰\beta^۲+۲۰\alpha^۲-۲۰\beta=۱۷$

$۴۰\beta^۲+۲۰(۱-\beta)^۲-۲۰\beta=۱۷$

$۶۰\beta^۲-۶۰\beta+۳=۰ \rightsquigarrow ۲۰\beta^۲-۲۰\beta+۱=۰$

$\beta=\dfrac{۲۰\pm۸\sqrt{۵}}{۴۰} \to \left.\begin{matrix}\dfrac{۵+۲\sqrt{۵}}{۱۰}\\ \dfrac{۵-۲\sqrt{۵}}{۱۰}\end{matrix}\right\} \longrightarrow \begin{matrix}\alpha=\dfrac{۵-۲\sqrt{۵}}{۱۰}\\ \alpha=\dfrac{۵+۲\sqrt{۵}}{۱}\end{matrix}$

$|\alpha-\beta|=\left|-\dfrac{۲\sqrt{۵}}{۵}\right|=\dfrac{۲\sqrt{۵}}{۵}\,]$

سوال ۸

$(-۵,\beta)$ و $(۱,\beta) \rightsquigarrow$ طول رأس سهمی $=-۲$ رأس $\left|\begin{matrix}-۲\\ -۱/۲\end{matrix}\right.$

عرض از مبدا $\left|\begin{matrix}۰\\ ۳/۲\end{matrix}\right.$

$y=a(x+۲)^۲-۱/۲ \xrightarrow{\left|\begin{smallmatrix}۰\\۳/۲\end{smallmatrix}\right.} ۳/۲=۴a-۱/۲ \quad a=۱/۲$

$y=۱/۲(x+۲)^۲-\dfrac{۱}{۲} \xrightarrow{x=-۵} ۱/۲(-۳)^۲-۱/۲ \quad \beta=۴\,]$

سوال ۹

$\alpha+\beta=-۶ \xrightarrow[\text{میانگین دو ریشه}]{\text{طول رأس}} =-۳ \rightsquigarrow \underbrace{(-۳+z)}_{\alpha}$ و $\underbrace{(-۳-z)}_{\beta}$

$\longrightarrow ۳(-۳+z)^۲+۲(-۳-z)^۲ \Rightarrow ۱۲\sqrt{۲}+۸۵ \longrightarrow ۵y^۲+۴۵-۶y=۱۲\sqrt{۲}+۸۵$

$\to y=-۲\sqrt{۲}$

$\left.\begin{matrix}\alpha=-۳-۲\sqrt{۲}\\ \beta=-۳+۲\sqrt{۲}\end{matrix}\right\} \times \longrightarrow ۹-۸=۱=a\,]$

سوال ۱۰ -

$\sqrt{\dfrac{۱}{\alpha}}+\sqrt{\dfrac{۱}{\beta}}=۵ \xrightarrow{(\,)^۲} \underbrace{\dfrac{۱}{\alpha}+\dfrac{۱}{\beta}}_{\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}}+۲\sqrt{\dfrac{۱}{\alpha\beta}}=۲۵ \quad \alpha\beta=\dfrac{۱}{۳۶}$

$\dfrac{\alpha+\beta}{\frac{۱}{۳۶}}+۲\sqrt{۳۶}=۲۵ \quad ۳۶(\alpha+\beta)=۱۳ \quad (\alpha+\beta)=\dfrac{۱۳}{۳۶} \Rightarrow \dfrac{۱۳}{۳۶}=\dfrac{m+۱۴}{۳۶} \quad m=-۱$

$-x^۲+۳x+۲=۰ \quad \dfrac{c}{a}=-۲\,]$