۴.

$$y = (x-1)(x^2 + ax + a)$$

<-- ?

$\Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4(1)(a) < 0$ (۱/۵)

$a^2 - 4a < 0$

$a(a-4) < 0$

$\swarrow 0 \qquad \swarrow 4$

x		0		4	
P	$+$	0	$-$	0	$+$

$\Rightarrow (0, 4)$

معادله‌ی $x^2 - an + a$ می‌تواند ریشه‌ی مضاعف

$a = ۲$ داشته باشد $\leftarrow$ $a = ۴$

محدوده‌ی a $\leftarrow$ $a \in (۰, ۴]$

5.

۳x۲ - ۱۲x - a = ۰ $\xrightarrow{\text{الشرط}}$ α, β

α۲ + β۲ - ۴α = ۷

α + β = (۴)

αβ = $-\frac{a}{۳}$

۳α۲ - ۱۲α - a = ۰ → ۳α۲ = ۱۲α + a

۳β۲ - ۱۲β - a = ۰ → ۳β۲ = ۱۲β + a ✱

β۲ = ۷ + ۴α - α۲ ✱

(۱٫۵)

✱✱ → ۲۱ + ۱۲α - ۹α۲ = ۱۲α + a

۹α۲ - ۲۱ = -a

→ ۳α۲ - ۱۲α + ۹α۲ - ۲۱ = ۰

۳α۲ - ۴α + ۷ = ۳β۲ - ۱۲β + ۹α۲ - ۲۱ → -۱۴

۳α۲ - ۹α۲ - ۴α = ۳β۲ - ۱۲β - ۱۴   (a ... a)

a - ۴α = a - ۱۴

-۴α = -۱۴

α = $\frac{۱۴}{۴}$ = ۳٫۵

α + β = ۴ → (۳٫۵) → (۰٫۵)

α = ۳٫۵

β = ۰٫۵

a = ۳$(\frac{۱}{۲})$۲ - ۱۲$(\frac{۱}{۲})$ = $(-\frac{۲۱}{۴})$ = (-۵٫۲۵)

$\frac{۳}{۴} - \frac{۲۴}{۴}$

$\frac{-۵٫۲۵}{۳٫۵}$ = -۱٫۵ برابر

6.

A | ۲z + ۳, z - ۲   B | ۷ - ۲z, z - ۲   e + t | w = ۵, w - ۲ = ۳   C = ? (عرض از مبدأ)

$\frac{۷ - ۲z + ۲z + ۳}{۲} = \frac{x_1 + x_2}{۲}$ ⇒ w = (۵)

y = ax۲ + bx + c

✱ z - ۲ = a(۲z + ۳)۲ + b(۲z + ۳) + c = a(۷ - ۲z)۲ + b(۷ - ۲z) + c

۴z۲ + ۹ + ۱۲z   ۴۹ + ۴z۲ - ۲۸z

۴z۲a + ۹a + ۱۲za + b۲z + ۳b = ۴۹a + ۴z۲a - ۲۸za + ۷b - ۲zb   (۱٫۵)

۳۰za   ۴zb   ۴۰a   ۴b

۳۰z a - ۴zb = ۴۰a + ۴b

z(۳۰a - ۴b) = ۴۰a + ۴b   z = $\frac{۲(۱۰a + b)}{(۱۵a - ۲b)}$

✱ → ۳ = ۲۵a + ۵b + c

7.

$a\alpha^2 - a\alpha - b = 0$ $\quad 4\beta^2 + 10\alpha^2 - 2\beta = 17$

$(2\beta^2 + \alpha^2 - \beta) = \frac{17}{25}$

1,5

$\alpha + \beta = 1$ $\quad a\beta^2 - a\beta - b = 0$

$\alpha\beta = \frac{-b}{a}$ $\quad a\alpha^2 - a\alpha - b = 0$

8.

$A\,\Big|\,\frac{1}{\beta}$ $\quad B\,\Big|\,\frac{-\alpha}{\beta}$ $\quad C_{\text{رأس}}\,\Big|\,-\frac{1}{2} = -\frac{\beta}{2a}$ $\quad C = \frac{3}{4}$

$\frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{1}{2} \rightarrow 2b^2 - 8ac = 4a$

$32a^2 - 16a = 0$

1,5

$\beta = a + b + c$

$\beta = 25a - 5b + c$

$a + b = 25a - a$

$6b = 24a \Rightarrow b = 4a$

$16a^2 - 2a = 0$

$16a^2 = 2a$

$8a = 2$

$a = \frac{1}{4}$

$b = 1$

$\beta \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{4}{4} - \frac{6}{4} = -\frac{1}{4}$

9.

1,5

$x^2 + 6x + a = 0$ $\quad 15 < \beta < 0$

$3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 15$

$\alpha^2 + 6\alpha + a = 0$

$\beta^2 + 6\beta + a = 0$

$\alpha + \beta = -6$

$\alpha\beta = a$

10.

$36x^2 - (m + 14)x + 1 = 0$

$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}$

$\alpha + \beta = \frac{m + 14}{36}$

$\alpha\beta = \frac{1}{36}$

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{\sqrt{S + 2\sqrt{P}}}{\sqrt{P}} \rightarrow 2$

$\frac{\sqrt{\frac{m+14}{36} + \frac{12}{36}}}{\frac{1}{6}}$ $\quad \frac{\frac{\sqrt{m + 26}}{6}}{\frac{1}{6}} = \sqrt{m + 26}$

$m + 26 = 25$ $\quad m = -1$

$mx^2 + 3x + 2 = 0$

$-x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow \alpha\beta = \frac{c}{a} = -2$

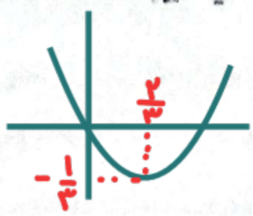
2

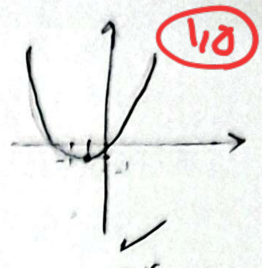
1. ۱۶٫۲۵ — ۱٫۵

الف) $y=3x^2-2x$ — $c=0$, $b=-2$, $a=3$

$-\frac{b}{2a}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$\Delta x \left| \frac{-b}{2a}=\frac{2}{6}\left(\frac{1}{3}\right) \right.$ ، $\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-b^2-4ac}{4a}=\frac{-4}{12}$ ، $\left(\frac{1}{3}\right)$



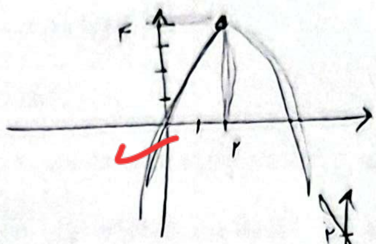


از ناحیه ۱ می‌گذرد ، ~~۳~~ ۳

از ناحیه ۲ می‌گذرد ...

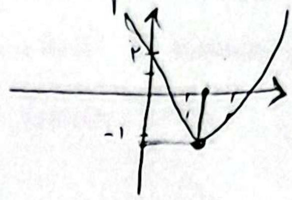
ب) $y=-x^2+4x$ — $a=-1$ $b=4$ $c=0$

$\Delta x \left| \frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=(2) \right.$ ، $\frac{-\Delta}{4a}=4$



2. الف) $y=2x^2-5x+2$ — $b=-5$ $c=2$

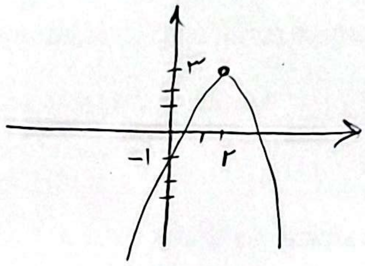
$\Delta x \left| \frac{5}{4} \right.$ ، $-\frac{9}{8}$



از ناحیه ۱ و ۲ و ۴ می‌گذرد .

ب) $y=-x^2+2x-1$ — $c=-1$

$\Delta x \left| \frac{-2}{-2}=(1) \right.$ ، (3)



از ناحیه ۱ و ۳ و ۴ می‌گذرد . (۲)

3. $x^2-x-3=0$ — $\alpha+\beta=S=-\frac{b}{a}=(1)$ — $\alpha\beta=P=\frac{c}{a}=(-3)$

۱٫۷۵

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{1}{\sqrt{13}}\cdot\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}}=\left(\frac{\sqrt{13}}{13}\right)$

$(\alpha-\beta)^2=\alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta \to 13 \to \alpha-\beta=\sqrt{13}$

$(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta \to \alpha^2+\beta^2-6=1$ — 7

ب) $\alpha^2+\beta^2=\boxed{7}$ — $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta=1$

ج) $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)=\boxed{10}$ — $1+9$

د) $\alpha^3-\beta^3=(\alpha+\beta)^3+3\alpha\beta(\alpha+\beta)=\boxed{-8}$ — $1-9$

$(\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta)$

$\sqrt{13}(7-3)=4\sqrt{13}$

آرشیا درستکار

۵

$\alpha+\beta = -(-\frac{۱۲}{۳}) = ۴ \rightsquigarrow \beta = ۴-\alpha$

$۲\alpha^۲ + \beta^۲ - ۴\alpha = ۷ \rightsquigarrow ۲\alpha^۲ + \alpha^۲ - ۸\alpha + ۱۶ - ۴\alpha = ۷ \rightsquigarrow ۳\alpha^۲ - ۱۲\alpha + ۹ = ۰$; $\alpha = ۱ \to \beta = ۳$ ، $\alpha = ۳ \to \beta = ۱$ $\Big\}\ a = ۹$

$\frac{a}{a_{max}} = -\frac{۹}{۳} = -۳$

۶

$x_S = \frac{۷ - ۲a + ۲a + ۳}{۲} = ۵ \rightsquigarrow y_S = ۳$

$\begin{cases} ۷ - ۲a > ۰ \\ ۲a + ۳ > ۰ \\ a - ۲ > ۰ \end{cases} \rightsquigarrow ۲ < a < ۳/۵$ ؛ $a = ۳$

نقاط A , B با طول و عرض صحیح هستند ←

$a=۳ \begin{cases} A(۹,۱) \\ B(۱,۱) \end{cases} \rightsquigarrow y - ۳ = a(x-۵)^۲ \overset{(۱,۱)}{\rightsquigarrow} a = -\frac{۱}{۸}$

$(y - ۳) = -\frac{۱}{۸}(۰ - ۵)^۲ \longrightarrow y = ۳ - \frac{۲۵}{۸} = -\frac{۱}{۸}$

فاصله تا مبدا مختصات $\frac{۱}{۸}$ است

۷

$ax^۲ - ax - b = ۰ \longrightarrow S = \frac{a}{a} = ۱ \rightsquigarrow \alpha + \beta = ۱ \rightsquigarrow \alpha = ۱ - \beta$

$۴۰\beta^۲ + ۲۰(۱-\beta)^۲ - ۲۰\beta = ۱۷ \rightsquigarrow ۶۰\beta^۲ - ۶۰\beta + ۳ = ۰ \rightsquigarrow \beta = \frac{۲۰ \pm \sqrt{۴۰۰ - ۸۰}}{۴۰}$

$\alpha - \beta = ۱ - ۲\beta = ۱ - ۲\left(\frac{۱۰ \pm \sqrt{۸۰}}{۲۰}\right) = ۱ - (۱ \pm \frac{۲}{\sqrt{۵}}) = \frac{\pm ۲}{\sqrt{۵}}$

$\boxed{\alpha - \beta = \frac{۲}{\sqrt{۵}}}$ ← اختلاف همیشه مثبت اعلام می‌شود پس

۹

$$۳\alpha^{۲} + ۲\beta^{۲} = \frac{۵}{۲}(\alpha^{۲}+\beta^{۲}) + \frac{۱}{۲}(\alpha^{۲}-\beta^{۲}) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$$

$$\frac{۵}{۲}(S^{۲}-۲P) + \frac{۱}{۲}(S)\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\right) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$$

$$\frac{۵}{۲}(۳۶ - ۲a) + \frac{۱}{۲}(-۶)\left(-\sqrt{۳۶-۴a}\right) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$$

$$۹۰ - ۵a + ۳\sqrt{۳۶-۴a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \rightarrow ۹۰ - ۵a = ۸۵ \rightarrow a = ۱$$