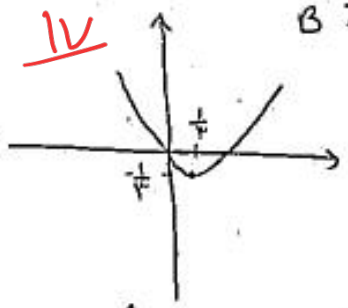
۱۷

۱) ناصیه سوم

الف) $y=2x^2-2x$ $S\left|\frac{-b}{2a}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\right.$

$2\times\frac{1}{4}-2\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-\frac{2}{2}=-\frac{1}{2}$

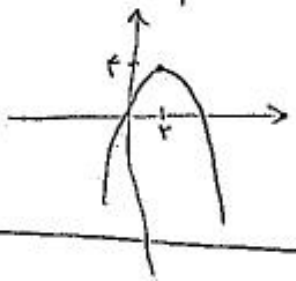


ب) $y=-x^2+4x$ $S\left|\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2\right.$

$-4+8=4$

۲

۲) ناصیه دوم

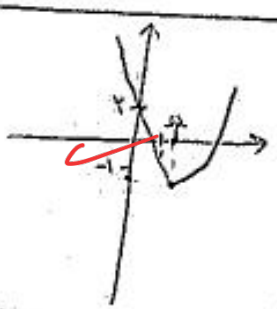


الف) $y=2x^2-3x+2$ $S\left|\frac{3}{4}\right.$

$\left|\begin{matrix}0\\2\end{matrix}\right|$

$2\times\frac{25}{16}-3\times\frac{5}{4}+2=\frac{25}{8}-\frac{30}{8}+\frac{16}{8}=\frac{-9}{8}$

۲) اول دوم چهارم



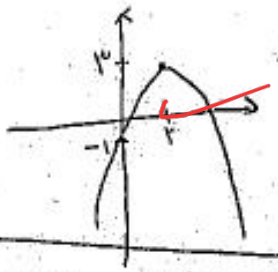
ب) $y=-x^2+4x-1$ $S\left|\frac{-4}{-2}=2\right.$

$\left|\begin{matrix}0\\-1\end{matrix}\right|$

$-4+8-1=3$

۳

اول سوم چهارم



۱۴

$x^2-x-3=0$

ریشه‌ها α و β $\Rightarrow$ $\frac{-b}{a}=\frac{+1}{1}=1=\alpha+\beta$

$\frac{-3}{1}=\alpha\beta$

$\alpha^2-\alpha-3=0$

$\beta^2-\beta-3=0$

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{1+12}}{1}$

۲

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{1}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2+\beta^2=1^2-2\times(-3)=7$

S^2-2P

ج) $\alpha^3+\beta^3=1^2-3\times(-3)\times1=10$

S^3-3PS

د) $\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)^3+3\alpha\beta(\alpha-\beta)$

$(\sqrt{13})^3+3\times-3(\sqrt{13})=13\sqrt{13}-9\sqrt{13}=4\sqrt{13}$

---

۴) $y=(x-2)(x^2-ax+a)$

ریشه ندارد

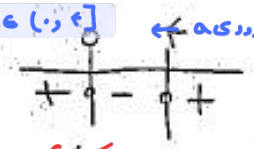
$a^2-4a<0$

$a(a-4)<0$

معادله‌ی x^2-ax+a می‌تواند ریشه‌ی صحیح داشته باشد

$a=2$ داشته باشد $\leftarrow$ $a=4$

$a\in(0,4)$ $\leftarrow$ مقدارهای a



$a\in(0,4)$

۱/۵

---

۵) ریشه‌ها α و β

$3x^2-12x-a=0$

$2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7$

$\frac{\alpha^2+\beta^2}{S^2-2P}+\alpha^2-4\alpha=7\Rightarrow\alpha(\alpha-4)=7-\beta$

$\alpha^2-4\alpha=\frac{-a}{3}+\frac{a}{12}=7$

$14+\frac{3a}{12}+\frac{a}{12}=7$

$14+a=7\rightarrow a=-9$

$\frac{a}{3}$ چند برابر ریشه بزرگتر

$-\frac{b}{a}=\frac{12}{3}=4\rightarrow\alpha+\beta=4$

$\frac{c}{a}=\frac{-a}{3}=3=\alpha\beta$

$\beta=4-\alpha\rightsquigarrow-\beta=\alpha-4$

۲

$3x^2-12x+9=0$

$x^2-4x+3=0$ جمع ضرایب صفر

۱ ریشه‌ی ۳ بزرگتر

$\frac{-9}{3}\neq-3$

(۱۶

A | ۲a + ۳ , a − ۲

B | ۷ − ۲a , a − ۲

S | b = ۵ , b − ۲ = ۳

طول x = (۲a + ۳ + ۷ − ۲a) / ۲ = ۵

ax^۲ + bx + c = 0

−b / ۲a = ۵   ۱۰a = −b   −ba = b

−Δ / ۴a = ۳   ۱۲a = −b^۲ + ۴ac

−(۱۰a)^۲

−۱۰۰a^۲ + ۴ac = ۱۲a

۲۵a + ۵b + c = ۳

۲۵a − ۵۰a + c = ۳

۲۵a + ۳

۱۰۰a^۲ + ۱۲a − ۴ac = 0

۲۵a^۲ + ۳a − ac = 0

۲۵a^۲ + ۳a = ac

a(۲۵a + ۳) = ac

۱,۵

(۱۷

α , β ریشه‌ها

ax^۲ − ax − b = 0   a/a = ۱ = α + β   −b/a = αβ

۴۰β^۲ + ۲۰α^۲ − ۲۰β = ۱۷   α = ۱ − β , −α = β − ۱

|α − β| = ?

۲۰β^۲ + ۲۰α^۲ + ۲۰β^۲ − ۲۰β = ۱۷

۲۰(β^۲ + α^۲) + ۲۰β(β − ۱) = ۱۷ => ۲۰(۱^۲ + ۲b/a) − ۲۰ × −b/a

S^۲ − ۲P   −۲۰αβ

۲۰ + ۴۰b/a + ۲۰b/a = ۱۷

۶۰b/a = −۳

۶۰b = −۳a => ۲۰b = −a

√(a^۲ + ۴ba) / |a| = √(a^۲ − (a/۲۰)·۴a) / |a| = √(۲a^۲ − a^۲/۲۰) / |a| = √(۱۹a^۲/۲۰) / |a|

۱,۵

(۱۸

(۱,β) , (−۵,β) | ۱ β | −۵ β

ax^۲ + bx + c = y

= −۱/۲

c = ۳/۲

β = ?

(۱ − ۵)/۲ = −۲

−b/۲a = −۲   −۴a = −b   ۴a = b   b = −۱

−Δ/۴a = −۱/۲ ~> (−b^۲ − ۴ × a × ۳/۲) / ۴a

−۲a = −b^۲ − ۴a·۳/۲ − ۶a

−۱۶a^۲ − ۶a = −۲a

۱۶a^۲ + ۴a = 0

۴a(۴a + ۱) = 0 → a = −۱/۴

a = −۱/۴

−۱/۴ x^۲ − x + ۳/۲ = 0

= ۱/۴ β

۲,۵

(۱۹

α , β ریشه‌ها

x^۲ + ۶x + a = 0

α > β > 0

۳α^۲ + ۲β^۲ = ۱۲√۲ + ۸۵   a = ?

−b/a = −۶ = α + β   a/۱ = αβ

۲α^۲ + ۲β^۲ + α^۲ = ۱۲√۲ + ۸۵

α^۲ + ۶α + a = 0

α^۲ = −a − ۶α

۲(α^۲ + β^۲) => ۲(۳۶ − ۲a) − a − ۶α = ۸۵ + ۱۲√۲

S^۲ − ۲P

۷۲ − ۴a − a − ۶α = ۸۵ + ۱۲√۲

−۵a − ۶α = ۱۳ + ۱۲√۲

۱,۵

(۲۰

αβ = ?

۳۶x^۲ − (m + ۱۴)x + ۱ = y

(√(۱/α + ۱/β))^۲ = (۵)^۲   αβ = c/a = ۱/۳۶

۱/α + ۱/β = ۲۵

(β + α)/αβ = ۲۵   ۲۵αβ = β + α

−b/a = ۲۵/۳۶ = β + α

−b = ۲۵

۲۵ = m + ۱۴   m + ۱۴ = ۲۵   m = ۱۱

۱۱x^۲ + ۳x + ۲ = 0

c/a = ۲/۱۱

۱,۵

۶

$x_S = \frac{۷-۲a+۲a+۳}{۲} = ۵ \rightsquigarrow y_S = ۳$

$\begin{cases} ۷-۲a>۰ \\ ۲a+۳>۰ \\ a-۲>۰ \end{cases} \rightsquigarrow \underbrace{۲<a<۳/۵}_{a=۳}$

نقاط A و B باطل و رد میشن ←

$a=۳ \begin{cases} A(۹,۱) \\ B(۱,۱) \end{cases} \rightsquigarrow y-۳ = a(x-۵)^۲ \overset{(۱,۱)}{\rightsquigarrow} a = -\frac{۱}{۸}$

$(y-۳) = -\frac{۱}{۸}(۰-۵)^۲ \rightarrow y = ۳ - \frac{۲۵}{۸} = -\frac{۱}{۸}$

فاصله تا صبا $\frac{۱}{۸}$ دقیقه است

۷

$ax^۲ - ax - b = ۰ \longrightarrow S = \frac{a}{a} = ۱ \rightsquigarrow \alpha+\beta = ۱ \rightsquigarrow \alpha = ۱-\beta$

$۴۰\beta^۲ + ۲۰(۱-\beta)^۲ - ۲۰\beta = ۱۷ \rightsquigarrow ۹۰\beta^۲ - ۹۰\beta + ۳۰۰ \rightsquigarrow \beta = \frac{۲۰ \pm \sqrt{۴۰۰ - ۸۰}}{۴۰}$

$\alpha-\beta = ۱-۲\beta = ۱-۲\left(\frac{۱۰ \pm \sqrt{۸۰}}{۲۰}\right) = ۱-(۱ \pm \frac{۲}{\sqrt{۵}}) = \pm\frac{۲}{\sqrt{۵}}$

$\alpha-\beta = \frac{۲}{\sqrt{۵}}$ ← اختلاف همیشه مثبت اعلام میشود پس

۸

$x_S = \frac{۱-۵}{۲} = -۲ \rightsquigarrow f(x) = a(x+۲)^۲ - \frac{۱}{۲}$ ← عرض از مبدا...

$f(۰) = \frac{۳}{۲} \rightsquigarrow ۴a - \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲} \rightsquigarrow a = \frac{۱}{۲}$

$f(۱) = \beta \rightsquigarrow \frac{۱}{۲}(۳)^۲ - \frac{۱}{۲} \rightsquigarrow \frac{۹}{۲} - \frac{۱}{۲} = ۴ \rightsquigarrow \boxed{\beta = ۴}$

۹

$$3\alpha^2+2\beta^2 = \frac{5}{2}(\alpha^2+\beta^2)+\frac{1}{2}(\alpha^2-\beta^2) = 12\sqrt{2}+18$$

$$\frac{5}{2}(S^2-2P)+\frac{1}{2}(S)\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\right) = 12\sqrt{2}+18$$

$$\frac{5}{2}(3a-2a)+\frac{1}{2}(-a)\left(\frac{\sqrt{3a-4a}}{-a}\right) = 12\sqrt{2}+18$$

$$90-5a+3\sqrt{3a-4a} = 12\sqrt{2}+18 \quad \mapsto 90-5a=18 \rightarrow a=1$$

۱۰

$$A=\sqrt{\frac{1}{\alpha}}+\sqrt{\frac{1}{\beta}}=5 \rightarrow A^2=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+2\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}}=25$$

$$\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+2\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}}=25 \rightarrow \frac{\frac{m+14}{3a}}{\frac{1}{3a}}+2\sqrt{3a}=25 \rightarrow m+14+12=25 \rightarrow m=-1$$

$$y=m^2+3m+2 \rightarrow P=\frac{2}{m}=\frac{2}{-1}=-2$$