۱۹/۲۵

①

$y = ۳x^۲ - ۲x$ → مبدا ندارد

Min دارد

$y = -x^۲ + ۴x$ → مبدا ندارد

Max دارد

راس $\left| \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳} \right.$, $۳ \times \frac{۱}{۹} - \frac{۲}{۳} = -\frac{۱}{۳}$

از ناحیه ۳ نمی‌گذرد

راس $\left| -\frac{b}{۲a} = \frac{-۴}{-۲} = ۲ \right.$, $-(۲)^۲ + ۴(۲) = ۴$

از ناحیه ۲ نمی‌گذرد

بدلیل اشکال [illegible] همه نمره گرفتند

②

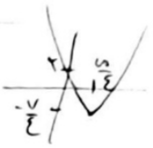
Min

$y = ②x^۲ - ۵x + ۲$

$y_{min} = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-(۲۵ - ۱۶)}{۴(۲)} = -\frac{۹}{۸}$

$\left| -\frac{b}{۲a} = \frac{۵}{۴} \right.$

$۲(\frac{۵}{۴})^۲ - ۵(\frac{۵}{۴}) + \frac{۸}{۴} = \frac{۲۵ - ۵۰ + ۱۶}{۸} = -\frac{۱۴}{۸} = -\frac{۷}{۴}$



② از ① و ③ و ④ می‌گذرد

۱/۷۵

Max ۲

$y = -x^۲ + ۴x - ۱$

$\left| -\frac{b}{۲a} = \frac{-۴}{-۲} = ۲ \right.$

$-(۴) + ۴(۲) - ۱ = ۳$

از ① و ③ و ④ می‌گذرد.

---

③

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{۱}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}} = \frac{۱}{\sqrt{۱-۴(-۳)}} = \frac{۱}{\sqrt{۱۳}}$ ، $\sqrt{\Delta} \to b^۲ - ۴ac$

$S = ۱$ ، $P = -۳$ → $x^۲ - x - ۳ = ۰$

ب) $\alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P \to ۱^۲ - ۲(-۳) = ۷$

ج) $\alpha^۳ + \beta^۳ = S^۳ - ۳SP \to ۱^۳ - ۳(۱)(-۳) = ۱۰$

د) $\alpha^۳ - \beta^۳ = \underbrace{(\alpha-\beta)}_{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{۱۳}}\underbrace{(\alpha^۲+\beta^۲}_{۷}+\underbrace{\alpha\beta)}_{P=-۳} = (\sqrt{۱۳})(۷-۳) = ۴\sqrt{۱۳}$

④

②

---

④

$y = \underbrace{(x-۲)}_{x=۲}\underbrace{(x^۲ - ax + a)}_{\Delta < ۰}$ ، $b^۲ - ۴ac < ۰$ ، $a^۲ - ۴a < ۰$ ، $a(a-۴) < ۰$

۰		۴	
+	−		+

$x \in (۰, ۴)$

معادله‌ی $x^۲ - ax + a$ می‌تواند ریشه‌ی مضاعف $x = ۲$ داشته باشد $\leftarrow a = ۴$

$a \in (۰, ۴]$ ← محدوده‌ی a

۱/۵

---

⑤

$۲\alpha^۲ + \beta^۲ - ۴\alpha = ۷ \to \alpha^۲ + \beta^۲ + \underbrace{\alpha^۲ - ۴\alpha}_{\frac{a}{۳}} = ۷ \to ۱۶ + \frac{۲}{۳}a + \frac{a}{۳} = ۷$

$a = -۹$

$۳\alpha^۲ - ۱۲\alpha - a = ۰ \to \alpha^۲ - ۴\alpha = \frac{a}{۳}$ ، $۳\beta^۲ - ۱۲\beta - a = ۰$

$۳x^۲ - ۱۲x + ۹ = ۰ \to ۳(x^۲ - ۴x + ۳) = ۰ \to \frac{۴ \pm \sqrt{۴}}{۲}$ → ۳ ، ۱

$-\frac{۹}{۳} = ③$

②

---

⑥

B, A → عرض برابر $\xrightarrow{\text{پس}}$ $\frac{۷ - ۲a + ۲a + ۳}{۲} = ۵ \to b =$ طول راس → راس $\left| \frac{۵}{۳} \right.$ ، $ax^۲ + bx + c = ۰$

برای طبیعی شدن مولفه‌ها باید $a = ۳$ باشد $\xrightarrow{\text{پس}}$ $A(۹,۱), B(۱,۱)$

A → $۲۵a + ۵b + c = ۳ \to ۲۵a - ۵۰a + c = ۳$ (جایگذاری)

B → $a + b + c = ۱ \to a - ۱۰a + c = ۱$

$\to -۱۶a = ۲$ ، $a = -\frac{۱}{۸}$ $\xrightarrow{\text{جایگذاری}}$ $c = -\frac{۱}{۸}$ $\xrightarrow{\text{فاصله}}$ $\frac{۱}{۸}$

②

---

⑦

$ax^۲ - ax - b = ۰$ ، $۴۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰\beta = ۱۷ \to ۴۰\beta^۲ + ۲۰(۱-\beta)^۲ - ۲۰\beta = ۱۷ \to ۶۰\beta^۲ - ۶۰\beta + ۳ = ۰$

$\leftarrow ۲۰\beta^۲ - ۲۰\beta + ۱ = ۰$

$\beta = \frac{۲۰ \pm ۸\sqrt{۵}}{۴۰}$ → $\frac{۵+۲\sqrt{۵}}{۱۰}$ ، $\frac{۵-۲\sqrt{۵}}{۱۰}$ $\xrightarrow{\text{پس}}$ $\alpha = \frac{۵-۲\sqrt{۵}}{۱۰}$ ، $\alpha = \frac{۵+۲\sqrt{۵}}{۱۰}$ $\to |\alpha-\beta| \to |-\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}| = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$

②

---

⑧

$(-۵, \beta), (۱, \beta)$ $\xrightarrow{\text{پس}}$ طول راس $= -۲ \to$ راس $= \left| \begin{smallmatrix} -۲ \\ -\frac{۱}{۲} \end{smallmatrix} \right. \to y = a(x+۲)^۲ - \frac{۱}{۲}$ $\xrightarrow{(۰, \frac{۳}{۲})}$

عرض از مبدا $\Rightarrow \left| \begin{smallmatrix} ۰ \\ \frac{۳}{۲} \end{smallmatrix} \right.$

$\frac{۳}{۲} = ۴a - \frac{۱}{۲} \to ۲ = ۴a \to a = \frac{۱}{۲} \to y = \frac{۱}{۲}(x+۲)^۲ - \frac{۱}{۲}$

$\xrightarrow{x=-۵}$ $\frac{۱}{۲}(-۳)^۲ - \frac{۱}{۲} = ۴ = \beta$

②

---

⑨

$\sqrt{\frac{۱}{\alpha}} + \sqrt{\frac{۱}{\beta}} = ۵ \xrightarrow{\text{توان ۲}} \overbrace{\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta}}^{\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}} = ۲۵$

$\alpha\beta = \frac{۱}{۳۶} \to \frac{\alpha+\beta}{\frac{۱}{۳۶}} + ۲\sqrt{۳۶} = ۲۵ \to ۳۶(\alpha+\beta) = ۱۳$

$\alpha + \beta = \frac{۱۳}{۳۶}$ → $\frac{m+۱۴}{۳۶} = \frac{۱۳}{۳۶}$ → $m = -۱$

$-x^۲ + ۳x + ۲ = ۰$ ، $\frac{S}{a} = ۳/۲$

②

$\alpha + \beta = -۶ \to$ طول راس = میانگین ریشه‌ها $\to -۳$ $\xrightarrow{\text{طول دو ریشه}}$ $\underbrace{(-۳+z)}_{\alpha}, \underbrace{(-۳-z)}_{\beta}$

$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} ۳(-۳+z)^۲ + ۲(-۳-z)^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \to ۵z^۲ + ۶z ... = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\to z = -۲\sqrt{۲}$ ، $\alpha = -۳ - ۲\sqrt{۲}$ ، $\beta = -۳ + ۲\sqrt{۲}$ $\to ۹ - ۸ = ۱ = a$

②

۱۰

$$A = \sqrt{\frac{1}{\alpha}} + \sqrt{\frac{1}{\beta}} = ۵ \longrightarrow A^{۲} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + ۲\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}} = ۲۵$$

$$\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} + ۲\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}} = ۲۵ \longrightarrow \frac{\frac{m+۱۴}{۳۶}}{\frac{1}{۳۶}} + ۲\sqrt{۳۶} = ۲۵ \longrightarrow m+۱۴+۱۲ = ۲۵ \longrightarrow \boxed{m = -۱}$$

$$y = m^{۲} + ۳n + ۲ \longrightarrow P = \frac{۲}{m} = \frac{۲}{-۱} = \boxed{-۲}$$