۱۵٫۷۵

سایناداودی　　تکلیف ۲۵　　دهم دختر B3

۱-

الف)

$y=۳x^۲-۲x$

$y=x(۳x-۲) \rightarrow x=۰ \;,\; x=\frac{۲}{۳}$

۲

$a=۳ \rightarrow a>۰ \rightarrow min$ سهمی

بررسی نواحی: ۱- ✓ ۲- ✓ ۳- ✗ ۴- ✓

سهمی ازناحیه سوم نمی‌گذرد

ب)

$y=-x^۲+۴x$

$y=-x(x-۴) \rightarrow x=۰ \;,\; x=۴$

$a=-۱ \rightarrow a<۰ \rightarrow max$ سهمی

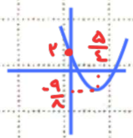
بررسی نواحی: ۱- ✓ ۲- ✗ ۳- ✓ ۴- ✓

سهمی ازناحیه دوم نمی‌گذرد

۲-

الف)

$y=۲x^۲-۵x+۲$



$\Delta=۲۵-۱۶=۹>۰ \rightarrow x=۲ \;,\; x=\frac{۱}{۲}$

۱٫۷۵

$x_s=\frac{-b}{۲a}=\frac{۵}{۴}$　　$y_s<۰$

ازناحیه‌های ۱ و ~~۳~~ ۲ و ۴ می‌گذرد.

ب)

$y=-x^۲+۴x-۱$

$\Delta=۱۶-۴=۱۲>۰$

$x_s=۲$　　$y_s=۳>۰$

ازناحیه‌های ۱ و ۳ و ۴ می‌گذرد.

۳-

الف)

$x^۲-x-۳=۰$

۲

$\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}$

$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=۱$

$\alpha-\beta=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\sqrt{۱۳}$

$\rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\boxed{\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}=\frac{\sqrt{۱۳}}{۱۳}}$

ب)

$\alpha^۲+\beta^۲$

$(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta=(\frac{-b}{a})^۲-۲\frac{c}{a}$

$(۱)^۲-۲(-۳)=۱+۶=\boxed{۷}$

ج)

$\alpha^۳+\beta^۳$

$(\alpha+\beta)^۳-۳\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$(\frac{-b}{a})^۳-۳\frac{c}{a}(\frac{-b}{a})=(۱)^۳-۳(-۳)(۱)$

$۱+۹=\boxed{۱۰}$

د)

$\alpha^۳-\beta^۳$

$(\alpha-\beta)(\alpha^۲+\alpha\beta+\beta^۲)$

$\underbrace{(\alpha-\beta)}_{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}\left((\underbrace{\alpha^۲+\beta^۲}_{\text{تست ب}})+\underbrace{\alpha\beta}_{\frac{c}{a}}\right)=$

$\sqrt{۱۳}(۷-۳)=\boxed{۴\sqrt{۱۳}}$

۴ـ ①

$y=(x-۲)(x^۲-ax+a)$

$\Delta=۰$ $\quad a^۲-۴a=۰$ $\quad \boxed{a=۰,۴}$

۲ حالت دارد:
$\Delta<۰ \rightarrow ۰<a<۴$
ریشه مضاعف ۲ ← $a=۴$

اشتراک جواب‌ها ← $۰<a\leq۴$

۵ـ ②

$۳x^۲-۱۲x-a=۰$

$۲\alpha^۲+\beta^۲-۴\alpha=۷$

$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=۴$ $\qquad \beta>\alpha \rightarrow \alpha=۱ \, ,\beta=۳$

$\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{-a}{۳} \rightarrow (۱)(۳)=۳ \rightarrow -\frac{a}{۳}=۳ \rightarrow a=-۹$

$\frac{a}{\cancel{\beta}}=\frac{-۹}{۳}=\boxed{-۳}$

۳- برابر است

۶ـ

$S(b,b-۲)$ $\qquad x_S=\frac{x_A+x_B}{۲} \rightarrow b=\frac{\cancel{۲a}+۳+۷-\cancel{۲a}}{۲}=۵$ (،۵)

$A(۲a+۳,a-۲)$
$B(۷-۲a,a-۲)$
دو نقطه هم عرض (محور تقارن وسط)

فاصله تا محور عرض‌ها $=|b-۲| \rightarrow \boxed{۳}$

۷ـ ①

$ax^۲-ax-b=۰$

$۴۰\beta^۲+۲۰\alpha^۲-۲۰\beta=۱۷ \rightarrow ۲۰(۲\beta^۲+\alpha^۲-\beta)=۱۷$

$\alpha-\beta=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{a^۲-۴ab}}{a}$

۸ـ

$(-۵,\beta)$
$(۱,\beta)$
عرض‌ها برابر (محور تقارن وسط)
$\rightarrow x=\frac{۱-۵}{۲}=-۲$

$S(x,-\frac{۱}{۲}) \rightarrow$ if $x=۰ \rightarrow y=\frac{۳}{۲}$

$y_S=\beta+k \rightarrow \frac{-۱}{۲}=\beta+\frac{۳}{۲} \rightarrow$ (۱،۵)

$\boxed{\beta=۱}$

۹ـ

$x^۲+۶x+a=۰$

$\alpha<\beta<۰$

$۳\alpha^۲+۲\beta^۲=۱۲\sqrt{۲}+۸۵$

$\alpha+\beta=-۶ \rightarrow \alpha=-۳-\sqrt{۳} \, ,\beta=-۳+\sqrt{۳}$

$\underbrace{(\text{حاصل‌ضرب})}_{\frac{c}{a}}\, a=(-۳-\sqrt{۳})(-۳+\sqrt{۳})=۹-۳=۶$ (۱،۵)

$\boxed{a=۶}$

۱۰ـ (۲،۵)

$۳۶x^۲-(m+۱۴)x+۱=۰$

$\sqrt{\frac{۱}{\alpha}}+\sqrt{\frac{۱}{\beta}}=۵ \longrightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=۲۵$

$m+۱۴=۲۵ \rightarrow \boxed{m=۱۱}$

$mx^۲+۳x+۲=۰$

$\alpha+\beta=\frac{m+۱۴}{۳۶}$ $\qquad \alpha\beta=\frac{۱}{۳۶} \rightarrow \frac{\frac{m+۱۴}{\cancel{۳۶}}}{\frac{۱}{\cancel{۳۶}}}=m+۱۴=۲۵$

۶

$$x_S = \frac{۷-۲a+۲a+۳}{۲} = ۵ \rightsquigarrow y_S = ۳$$

$$\begin{cases} ۷-۲a>۰ \\ ۲a+۳>۰ \\ a-۲>۰ \end{cases} \rightsquigarrow \underbrace{۲<a<۳٫۵}_{\boxed{a=۳}}$$

نقاط A و B با طول و عرض مثبت هستند ←

$$a=۳ \begin{cases} A(۹,۱) \\ B(۱,۱) \end{cases} \rightsquigarrow y-۳=a(x-۵)^۲ \overset{(۱,۱)}{\rightsquigarrow} a=-\frac{۱}{۸}$$

$$(y-۳) = -\frac{۱}{۸}(۰-۵)^۲ \longrightarrow y = ۳-\frac{۲۵}{۸} = -\frac{۱}{۸}$$

فاصله تا مبدا مختصات $\frac{۱}{۸}$ است

۷

$$ax^۲-ax-b=۰ \longrightarrow S=\frac{a}{a}=۱ \rightsquigarrow \alpha+\beta=۱ \rightsquigarrow \alpha=۱-\beta$$

$$۴۰\beta^۲+۲۰(۱-\beta)^۲-۲۰\beta=۱۷ \rightsquigarrow ۶۰\beta^۲-۶۰\beta+۳=۰ \rightsquigarrow \beta=\frac{۲۰\pm\sqrt{۴۰۰-۸۰}}{۴۰}$$

$$\alpha-\beta = ۱-۲\beta = ۱-۲\left(\frac{۱۰\pm\sqrt{۸۰}}{۲۰}\right) = ۱-\left(۱\pm\frac{۲}{\sqrt{۵}}\right) = \frac{\pm۲}{\sqrt{۵}}$$

$$\boxed{\alpha-\beta=\frac{۲}{\sqrt{۵}}}$$ ← اختلاف همیشه مثبت اعلام میشود پس

۸

$$x_S = \frac{۱-۵}{۲} = -۲ \rightsquigarrow f(x) = a(x+۲)^۲-\frac{۱}{۲}$$ ⇝ عرض از مبدا...

$$f(۰)=\frac{۳}{۲} \rightsquigarrow ۴a-\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۲} \rightarrow a=\frac{۱}{۲}$$

$$f(۱)=\beta \rightsquigarrow \frac{۱}{۲}(۳)^۲-\frac{۱}{۲} \rightsquigarrow \frac{۹}{۲}-\frac{۱}{۲}=۴ \rightsquigarrow \boxed{\beta=۴}$$

۹

$$۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = \frac{۵}{۲}(\alpha^۲+\beta^۲) + \frac{۱}{۲}(\alpha^۲-\beta^۲) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$$

$$\frac{۵}{۲}(S^۲ - ۲P) + \frac{۱}{۲}(S)\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\right) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$$

$$\frac{۵}{۲}(۳۶ - ۲a) + \frac{۱}{۲}(-۶)(-\sqrt{۳۶-۴a}) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$$

$$۹۰ - ۵a + ۳\sqrt{۳۶-۴a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \rightarrow ۹۰ - ۵a = ۸۵ \rightarrow a = ۱$$

۱۰

$$A = \sqrt{\frac{۱}{\alpha}} + \sqrt{\frac{۱}{\beta}} = ۵ \rightarrow A^۲ = \frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}} = ۲۵$$

$$\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}} = ۲۵ \rightarrow \frac{\frac{m+۱۴}{۳۶}}{\frac{۱}{۳۶}} + ۲\sqrt{۳۶} = ۲۵ \rightarrow m + ۱۴ + ۱۲ = ۲۵ \rightarrow m = -۱$$

$$y = m^۲ + ۳n + ۲ \rightarrow P = \frac{۲}{m} = \frac{۲}{-۱} = -۲$$