Subject:
Year: Month: Day:

page: ( )

14,25

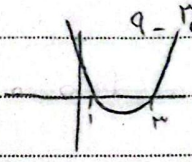
1- x^2-ax+b , $1<x<3$

$1-a+b=0 \to b-a=-1$

$9-3a+b=0 \to b-3a=-9$

$-2a=-8 \to a=4$, $b=3$

$a+b=4+3=7$ (2)



2- $y=((k-2)x+m-1)(x-2n)^2$

$(kx-2x+m-1)(x^2-4xn+4n^2)$

$4k-8+m-1=0$

$4k+m=9$

$-k+2+m-1=0$

$m-k=-1$

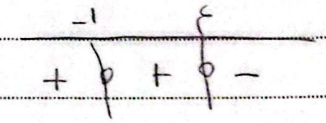
$1+4n+4n^2=0$

$(2n+1)^2=0 \to n=-\frac{1}{2}$

$\frac{m}{n}+k=\frac{k-1}{\frac{-1}{2}}+k$ (1.25)

$-2k+2+k=(2-2k)=4-2=2$ (1)

$k<2$, $k\in N \Rightarrow k=2$

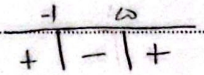


x نقطه‌ی بحرانی است $\Rightarrow$ نقطه‌ی بحرانی است $\to$ $4k-8<0 \to k<2$

3- $y=\frac{-1}{2}x^2+2x+4>\frac{7}{2} \to \frac{-1}{2}x^2+2x+\frac{1}{2}>0$

$x^2-4x-3<0 \to (x-3)(x+1)<0$

$x\in(-1,3)$



$max(b-a)=3-(-1)=4$ (2)

4- $f(x)=x^3-2x^2-x+2<0 \Longrightarrow x\to 1$

$x^3-2x^2-x+2 \,/\, x-1$

$-x^3+x^2$

$-x^2-x+2$

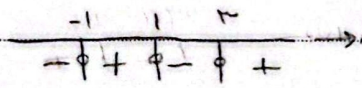
x^2-2x-2

$-x^2+2x$

$x-2$

$(x-1)(x^2-2x-2)=(x-1)(x-(1-\sqrt{3}))(x-(1+\sqrt{3}))$

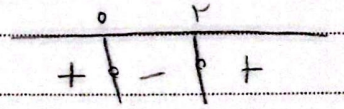
(1.25)



$(a-1)x^2+(a-1)x+1 \to (a-1)+(a-1)+2<0 \to 2a-1<0 \to a<\frac{1}{2}$ (1)

5- $\frac{m(m^2+m)}{m-2}=\frac{m^2(m^2+1)}{m-2}>0$

$m\in(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$ (1.25)



$m^2=0 \to m=0$

$m-2=0 \to m=2$

$m^2+1=0 \to m^2=-1$ X

6- $\frac{(x^2-x-6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^2}\le 0$

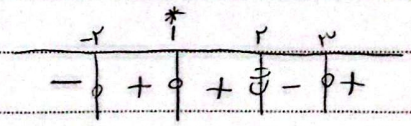
$2-x=0 \to x=2$

$x-1=0 \to x=1$

$x^2-x-6=0$

$(x-3)(x+2)=0 \to x$ (3), (-2)

(1.25)



$x\in(-\infty,-2]\cup(2,3]$

Aman

۸- $\frac{۳x^۲-۲x}{x^۲+۴} < ۲ \longrightarrow ۳x^۲-۲x < ۲x^۲+۸ \longrightarrow x^۲-۲x-۸<۰$

$(x-۴)(x+۲)<۰$ $\quad$ $\frac{-۲ \quad ۴}{+\ |\ -\ |\ +}$

$x \in (-۲, ۴)$

$b-a = ۴-(-۲) = ۶$ ②

۹- $-۱ < \frac{۳x^۲-۴x}{x+۱} < ۰ \longrightarrow -x-۱ < ۳x^۲-۴x < ۰$

$-۱ < ۳x^۲-۳x \longrightarrow ۳x^۲-۳x+۱>۰ \longrightarrow \Delta<۰ \times$

$۳x^۲-۴x<۰$ $\quad$ $\frac{۰ \quad \frac{۴}{۳}}{+\ |\ -\ |\ +} \longrightarrow x \in (۰, \frac{۴}{۳})$ ②

$x(۳x-۴)<۰$

۱۰- $\frac{x^۲-۱۰}{x} \leq ۳ \longrightarrow x^۲-۱۰ \leq ۳x \longrightarrow x^۲-۳x-۱۰ \leq ۰$

$(x-۵)(x+۲) \leq ۰$

$\frac{-۲ \quad ۵}{+\ |\ -\ |\ +}$ $\quad x \in [-۲, ۵]$ ①

۲- عبارت حول $x=-۱$ تغییر علامت داده است پس $x=-۱$ ریشه‌ی عبارت $(۳x-۲)^۲$ بوده است!

$-۱-۳n=۰ \longrightarrow n=\frac{-۱}{۳}$

پس $x=۴$ ریشه‌ی عبارت $(k-۲)x+m-۱$ است!

$۴k-۸+m-۱=۰$

$۴k+m-۹=۰$

ضریب x باید منفی باشد چون عبارت به ازای $x>۴$ منفی است!

$k-۲<۰ \longrightarrow k<۲ \longrightarrow$ طبیعی $k \longrightarrow \boxed{k=۱} \rightsquigarrow ۴+m-۹=۰ \longrightarrow \boxed{m=۵}$

$\frac{m}{n}+k = \frac{۵}{-۳}+۱ = -۱۵+۱ = -۱۴$

۴

$x^3 - x - 3x^2 + 3 = 0 \rightarrow x(x^2-1) - 3(x^2-1) = 0 \rightarrow (x^2-1)(x-3) = 0$ ⇒ $x = \pm 1$ ، $x = 3$

x	-1	1	3
$f(x)$	$-$ ۰ $+$	۰ $-$	۰ $+$

$\rightarrow x > 0$ ، $f(x) < 0 \rightsquigarrow x \in (1,3) \rightarrow$ تعداد صحیح $= \frac{1+3}{2} = 2 \rightsquigarrow f(2) = 8 - 12 + 3 - 2 = -3$

۵

برای اینکه عبارت همواره منفی باشد $a < 0$ و $\Delta < 0$

1

$a - 1 < 0 \rightarrow a < 1$

$\Delta < 0 \rightarrow (a-1)^2 - 4(a-1) < 0 \rightarrow 0 < a-1 < 4 \rightarrow 1 < a < 5$ (2)

$a-1 = t \hookrightarrow t^2 - 4t < 0 \rightarrow 0 < t < 4$

$1 \cap 2 = \emptyset$

۶

$m(m^3 + m) = m^4 + m^2 = \underbrace{m^2}_{\text{همواره مثبت}}\underbrace{(m^2+1)}$

$\rightarrow \frac{m^2(m^2+1)}{m-2} > 0$ ⟵ همواره (+)

$\rightarrow m - 2 > 0 \rightarrow m > 2$

۷

$\frac{(x-3)(x+2)}{(x^2-x+1)(2-x)^3} \leq 0 \rightarrow$

-2	1	2	3
$+$ ۰	$-$ ۰	$-$ ‖	$+$ ۰ $-$

$\rightarrow f(x) \leq 0$

$\hookrightarrow x \in [-2,2) \cup [3,+\infty)$

۱۰

$\frac{x^2-10}{x} \leq 3 \rightarrow \frac{x^2-10}{x} - 3 \leq 0 \rightarrow \frac{x^2-3x-10}{x} \leq 0 \rightarrow \frac{(x-5)(x+2)}{x} \leq 0$

-2	0	5
$-$ ۰ $+$	‖ $-$	۰ $+$

$\rightarrow$ ج.م $(-\infty,-2] \cup (0,5]$