Subject:
Date

۱۳۹۵

$a+1<4$ $\quad a-2<-3$

$a<3$ $\quad a+3<a$

$a=-1$

۱) $x^2-2x+b \quad 1<x<3 \quad a,b=?$

۱۸.

$x=2$

$4=4+2a+b<0 \quad -2a+b<-4$

$x=4 \quad 16-4a+b\geq 0 \quad -4a+b<-16$

۲) $y=((k-2)x+m-1)(x-3x)^2 \quad (3k-1)+m-1)(3-3x)^2<0$?

x | -1 | 2

y | $+$ | 0 | $+$ | 0 | $-$

$3k+m<1$

۱۲۵

$(m-1)(-3x)^2>0$

$m-1>0 \Rightarrow m>1$

$(-k+2+m-1)(-1-3x)^2=0$

$-k+m=1 \quad -3x-1=0$

$-3x=3$

$x=-1$

۳) $-\frac{1}{2}x^2+2x+9 \quad (a,b)$

$-\frac{1}{2}(a+1)^2+2(a+1)+9>\frac{7}{2}$

$-\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}-a+2+9>\frac{7}{2}$

$-\frac{1}{2}a^2+a>\frac{7}{2}-\frac{19}{2}$

$-\frac{1}{2}a^2+a+6>0$

$\Delta=1-4(-\frac{1}{2})(6)=9$

$a=\frac{-1\pm 3}{-1} \Rightarrow 4, -2$

$3>-2 \Rightarrow a=-2$

$x=2 \Rightarrow -\frac{1}{2}(4)+8=7$

$x=-2 \quad -\frac{1}{2}(4)+2(-2)+9=4$

$x=-1$

PAPCO

Sol Subject
Date

$f(x) = x^2 - 2ax + 2 \quad x > 0$

Lowest point $x > 0$

$\hookrightarrow a$

(0) (6)

$(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ .5

$\begin{cases} \text{Lowest} \\ \hookrightarrow a < 0 \end{cases}$ $\quad (a-1)^2 - 4(a-1) < 0$ (1,0)

$a^2 - 1 - 2a - 4a + 4 < 0$

$a^2 - 6a + 5 < 0 \Rightarrow (a-1)(a-5) < 0$

$a - 1 < 0$

$a < 1$ $\quad (-\infty, 1)$

x		1		5	
P	+	0	−	0	+

(1) (5) $\quad (1, 5)$

$\rightarrow (-\infty, 5)$

$\frac{m(m^2+m)}{m-2} > 0$ $\quad m^2(m+1)$

(0) (0) (-1) (2)

x		-1		0		2	
P	−	0	+	0	−	0	+

(1,0) .6

$(-\infty, -1) \cup (0, 2)$

$\frac{(x-3)(x+2)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3} < 0$ $\quad \Delta < 0$ (3) (-2) (1) (2) *

x		-2		1		2		3	
P	+	0	−	0	−	0	+	0	−

(2) .7

$\cup (-2, 2) \cup [3, +\infty)$

$\frac{3x^2 - 2x}{x^2 - 4} < 1 \Rightarrow \frac{3x^2 - 2x}{x^2} < \frac{x^2 + 8}{x^2}$ .8

$x^2 - 2x - 8 < 0$

$(x-4)(x+2) < 0$ (4) (-2)

$m(3x-4)$ (0) $(\frac{4}{3})$

x		-2		4	
P	+	0	−	0	+

(2) $\quad (-2, 4)$ (1,0)

$\frac{3x^2 - 2x}{x+1} < 0$ $\quad (-1)$

x		-1		0		$\frac{2}{3}$	
P	−	0	+	0	−	0	+

$(-\infty, -1) \cup (0, \frac{2}{3})$ * .9

$\frac{3x^2 - 2x}{x+1} \times \frac{x+1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 2x + x + 1}{x+1} > 0 \rightarrow 3x^2 - x + 1$ $\quad \Delta < 0$

$x + 1 > 0$ $\quad (-1)$

$\Delta = 9 - 4(3)(1) =$

P4PCO

$x > -1$ $\quad (-1, +\infty)$ **

$x \neq 0, x$

	0		0		0
	-1		0		1

$\rightarrow 5 \rightarrow -2$

$(x-5)(x+2)$

.40 $\frac{x^2-10-3x}{x} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2-3x-10}{x} \leq 0$

$\rightarrow 5$

x		-2		0		5
$x^2-3x-10$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
x	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$\frac{x^2-3x-10}{x}$	$-$	0	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$

$\Rightarrow (-\infty, -2] \cup (0, 5]$

۲

استعداد ریشه

۱- در بازه‌ی $(1, 3)$ منفی است پس ۱ و ۳ ریشه‌های عبارت بوده و جدول تعیین علامت آن به صورت مقابل می‌باشد:

$$-ax+b = (x-1)(x-3) \rightarrow x^2-4x+3 \rightarrow a=4$$
$$x^2-ax+b \rightarrow b=3 \rightarrow a+b=7$$

	1		3	
	+	0	−	0	+

۲

عبارت حول $x=-1$ تغییر علامت داده است پس $x=-1$ ریشه‌ی عبارت $(x-3k)^2$ بوده است!

$$-1-3k=0 \rightarrow k=\frac{-1}{3}$$

پس $x=4$ ریشه‌ی عبارت $(k-2)x+m-1$ است!

$$4k-8+m-1=0$$
$$4k+m-9=0$$

ضریب x باید صفر باشد چون عبارت به ازای $x>4$ صفر است!

$$k-2<0 \rightarrow k<2 \rightarrow \text{طبیعی} \rightarrow \boxed{k=1} \rightsquigarrow 4+m-9=0 \rightarrow \boxed{m=5}$$

$$\frac{m}{k}+k=\frac{5}{\frac{-1}{3}}+1=-15+1=-14$$

۳

$$y>\frac{7}{2} \rightsquigarrow -\frac{1}{2}x^2+2x+4>\frac{7}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}>0 \xrightarrow{\times 2} -x^2+4x+5>0$$

$$-(x-5)(x+1)>0 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline x & -1 & & 5 & \\ \hline & - & + & + & - \\ \hline \end{array} \rightsquigarrow -1<x<5 \quad (a \leftarrow -1,\ 5 \rightarrow b) \rightsquigarrow \boxed{b-a=6}$$

۴

$$x^3-x-3x^2+3=0 \rightarrow x(x^2-1)-3(x^2-1)=0 \rightarrow (x^2-1)(x-3)=0 \rightarrow \begin{cases} x=\pm 1 \\ x=3 \end{cases}$$

x		-1		1		3	
$f(x)$	−	0	+	0	−	0	+

$f(x)>0 \rightarrow x \in (1,3) \rightarrow$ نقطه‌ی میانی $=\frac{1+3}{2}=2 \rightsquigarrow f(2)=8-12+3-2=-3$

۵

برای اینکه عبارت همواره منفی باشد $\Delta<0$ و $a<0$

1

$a-1<0 \rightarrow a<1$

$\Delta<0 \rightarrow (a-1)^2-4(a-1)<0 \rightarrow 0<a-1<4 \rightarrow$ 2 $1<a<5$

$a-1=t \hookrightarrow t^2-4t<0 \rightarrow 0<t<4$

$1 \cap 2 = \emptyset$

۴

$m(m^3+m)=m^4+m^2=\underbrace{m^2}_{\text{همواره مثبت}}\underbrace{(m^2+1)}$ $\rightarrow \frac{m^2(m^2+1)}{m-2}>0$ همواره (+) $\rightarrow m-2>0 \rightarrow m>2$

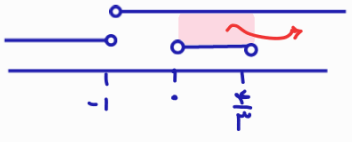
۹

$\frac{3x^2-4x}{x+1}<0 \rightarrow \frac{x(3x-4)}{x+1}<0$ $\rightsquigarrow$

	-1	0	$\frac{4}{3}$
x	-	0	+
$3x-4$	-	-	0 +
$\frac{x(3x-4)}{x+1}$	+	0 -	0 +

1 $\rightsquigarrow -1<x<0$ یا $\frac{4}{3}<x$

$\frac{3x^2-4x}{x+1}>-1 \rightarrow \frac{3x^2-4x+x+1}{x+1}>0 \rightarrow \frac{3x^2-3x+1}{x+1}>0$ ($\Delta<0$) $\rightarrow x+1>0 \rightarrow$ 2 $x>-1$

$1 \cap 2 \rightsquigarrow$ 

$\rightarrow 0<x<\frac{4}{3}$