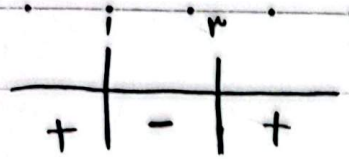
Subject: Date: / /

۱۸ حسا

لطفا نام خانوادگی تان را هم بنویسید ممنونم

-۱



$x^2 - ax + b$

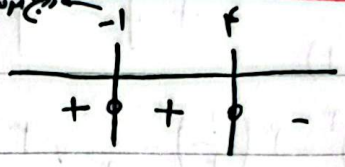
$\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac = a^2 - 4b > 0 \quad \frac{+a \pm \sqrt{a^2-4b}}{2} = 1, 3$

$$\begin{cases} +a + \sqrt{a^2-4b} = 4 \\ +a - \sqrt{a^2-4b} = 2 \end{cases} \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow \boxed{a = 3} \Rightarrow \frac{3 + \sqrt{14-4b} = 4}{\sqrt{14-4b} = 1} \Rightarrow 14 - 4b = 1$$

$13 = 4b \Rightarrow \boxed{b = \frac{13}{4}}$ ج $\quad 3 + \frac{13}{4} = \frac{25}{4}$

-۲

$y = ((k-2)x + m - 1)\underbrace{(x - 3n)^2}_{\text{نامنفی}}$



$(x - 3n)^2 = 0 \Rightarrow x = 3n \Rightarrow 3n = -1 \Rightarrow n = -\frac{1}{3}$

$(k-2)x + m - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1-m}{k-2} \Rightarrow (k-2)(3) + m - 1 = 0 \Rightarrow 3k - 6 + m - 1 = 0 \Rightarrow m = 7 - 3k$

$y = (k-2)x \cdot x^2 \Rightarrow k - 2 < 0 \Rightarrow k < 2 \rightarrow$ k چون عدد طبیعی $= 1$

$m = 7 - 3(1) = 4 \quad n = -\frac{1}{3} \quad \frac{m}{n} + k = \boxed{-11}$ ج

-۳

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 \quad (a,b) > \frac{7}{2} \quad b - a$

$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{2}{2(-\frac{1}{2})} = 2 \quad a = -\frac{1}{2}, b = 2$

$y = -\frac{1}{2}(4) + 3 + 4 = 7 \quad -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 > \frac{7}{2} \Rightarrow -x^2 + 3x + 11 > 7$

$\Rightarrow -x^2 + 3x + 4 > 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 < 0 \Rightarrow x_{1,2} = -1, 4$

$x \in (-1; 4) \quad (a,b) = (-1, 4) \quad 4 + 1 = \boxed{5}$ ج

Subject: Date: / /

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ $\quad f'(x) = 3x^2 - 6x - 1$ $\quad$ -۴

۱/۵

$3x^2 - 6x - 1 = 0 \Rightarrow \frac{6 \pm 4\sqrt{3}}{6} = 1 \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\quad x_1 = 1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\quad x_2 = 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

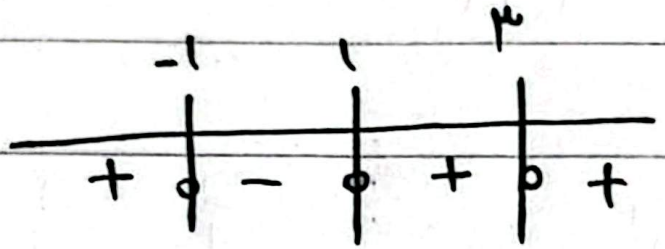
x_1 ↓ Max $\quad$ x_2 ↓ Min

$f(x) = (x^3 - 3x^2 - x + 3)$ $\quad f(0) = 3$ $\quad f(1) = 0$

$x = 1 \longrightarrow$ بشه $\quad x^3 - 3x^2 - x + 3 = (x-1)(x^2 - 2x - 3)$

$(x-3)(x+1)$

$x = -1, 1, 3$



$(a, b) = (0, 1)$ $\quad x = \frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2}) = (\frac{1}{2})^3 - 3(\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} + 3 = \frac{15}{8}$

۵- $(a-1)x^2+(a-1)x+1$ $f(x)=(a-1)(x^2+x)+1$ (۱٫۵)

$f(x)>0 \Rightarrow (a-1)(x^2-x)+1>0$ $x^2+x=x(x+1)$ $x<0$

$x(x+1)<0$ $-1<x<0$ $x(x+1)>0$ $x<-1$ $x<0$

$a-1=0 \Rightarrow a=1$ $f_{min}=(a-1)(-\frac{1}{\epsilon})+1>0 \Rightarrow a-1<\epsilon \Rightarrow a<\Delta$

$a\in[1,\Delta)$

۶- $m\left(\frac{m^2+m}{m-2}\right)$ $E=m.\frac{m(m^2+1)}{m-2}=\frac{m^2(m^2+1)}{m-2}$ $m^2>0$

$E>0 \Rightarrow m-2>0$ $\boxed{m>2}$ (۲)

۷- $\frac{(x^2-x-6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3}\leq 0 \Rightarrow x^2-x-6=(x-3)(x+2)$

$x^2+x+1>0$ $(2-x)^3=-(x-2)^3$

$\frac{(x-3)(x+2)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3}=-\frac{(x-3)(x+2)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(x-2)^3}$

(+) (x²+x+1) (x−2)³ (−)

$-\infty$ -2 1 2 3 $+\infty$

$+$ 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$

$x\in[-2,1)\cup[3,+\infty)$ (۲)

۸- $f(x)=\frac{3x^2-2x}{x^2+6}<2 \Rightarrow 3x^2-2x<2x^2+8 \Rightarrow 2x^3-2x^2-2x-8<0$ (۱٫۵)

$g(x)=2x^3-2x^2-2x-8$ $x=2 \Rightarrow 4$ $x=1 \Rightarrow -9$ بین ۱ و ۲ صفر داریم

$(a,b)=(-\infty,1,18)=b-a=+1,18+\infty=\infty$

Subject: Date: / /

۹- $\frac{۳x^۲-۴x}{x+۱} < ۰$ $\frac{۳x^۲-۴x}{x+۱} > -۱$ $\Rightarrow ۳x^۲-۴x = x(۳x-۴)$

$\frac{x(۳x-۴)}{x+۱} < ۰$ $x = ۰, \frac{۴}{۳}, -۱$

	-۱		۰		$\frac{۴}{۳}$	
	+	−	−		+	

$x \in (-۱, ۰) \cup (۰, \frac{۴}{۳})$ $\frac{۳x^۲-۴x}{x+۱} > -۱ \Rightarrow \frac{۳x^۲-۴x}{x+۱} + ۱ > ۰$

$\frac{۳x^۲-۴x+x+۱}{x+۱} > ۰ \Rightarrow \frac{۳x^۲-۳x+۱}{x+۱} > ۰$ $\Delta = ۹ - ۱۲ = -۳$

(۱/۵)

$x \in (-۱, ۰) \cup (۰, \frac{۴}{۳})$, $x > -۱$ $\Rightarrow (-۱, ۰) \cup (۰, \frac{۴}{۳})$

۱۰- $\frac{x^۲-۱۵}{x} \leqslant ۳$ $\frac{x^۲-۱۰}{x} \leqslant ۳ \Rightarrow \frac{x^۲-۱۰-۳x}{x} \leqslant ۰$

$\frac{x^۲-۳x-۱۰}{x} = \frac{(x-۵)(x+۲)}{x} \leqslant ۰$ $x = -۲, ۰, ۵$

	-۲		۰		۵	
	−	+	−		+	

$x \in (-\infty, -۲] \cup (۰, ۵]$

(۲)

حسنا سعیداف

۴-

$x^3 - x - 3x^2 + 3 = 0 \rightarrow x(x^2-1) - 3(x^2-1) = 0 \rightarrow (x^2-1)(x-3) = 0$ ⇒ $x = \pm 1$ ، $x = 3$

x	-1	1	3
$f(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$

$\rightarrow x > 0$ ، $f(x) < 0 \rightsquigarrow x \in (1,3) \rightarrow$ نقطه میانی $= \frac{1+3}{2} = 2 \rightsquigarrow f(2) = 8 - 12 + 3 - 2 = -3$

۵- برای اینکه عبارت همواره منفی باشد $a < 0$ و $\Delta < 0$

$a - 1 < 0 \rightarrow a < 1$ (1)

$\Delta < 0 \rightarrow (a-1)^2 - 4(a-1) < 0 \rightarrow 0 < a-1 < 4 \rightarrow 1 < a < 5$ (2)

$1 \cap 2 = \emptyset$

$a-1 = t \hookrightarrow t^2 - 4t < 0 \rightarrow 0 < t < 4$

۸- $\frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} < 2 \rightarrow \frac{3x^2 - 2x - 2x^2 - 8}{x^2+4} < 0 \rightarrow \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2+4} < 0 \rightarrow (x-4)(x+2) < 0$

همواره $(+)$

x	-2	4
	$+$	$-$	$+$

$\rightarrow -2 < x < 4 \rightarrow b - a = 4 + 2 = 6$ (4)

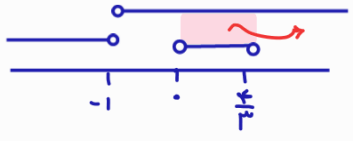
۹- $\frac{3x^2 - 4x}{x+1} < 0 \rightarrow \frac{x(3x-4)}{x+1} < 0 \rightsquigarrow$

x	-1	0	$\frac{4}{3}$
	$+$	$-$	$+$	$-$

$\rightsquigarrow x < -1$ (1) ، $0 < x < \frac{4}{3}$

$\frac{3x^2 - 4x}{x+1} > -1 \rightarrow \frac{3x^2 - 4x + x + 1}{x+1} > 0 \rightarrow \frac{3x^2 - 3x + 1}{x+1} > 0$ ← $\Delta < 0$

$\rightarrow x + 1 > 0 \rightarrow x > -1$ (2)

$1 \cap 2 \rightsquigarrow$ 

$\rightarrow 0 < x < \frac{4}{3}$