آذین بدر عشق

۱۸

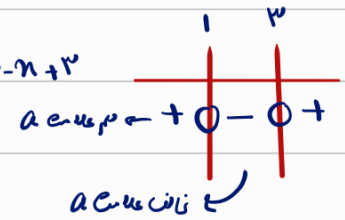
$(x-1)(x-3)=x^2-3x-x+3=x^2-4x+3$

a ، b ، c

$1+3=4$ ✓

۲

① x^2-ax+b ← $1<x<3$



② (۱٫۵)

$(x+1)^2(x-4)$ ← ضعیف ← -1

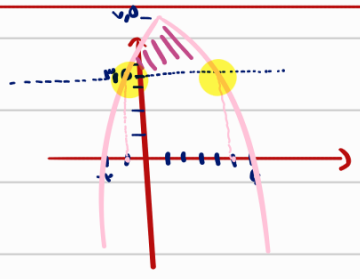
$K-2=1$ ← $K=3$

$m-1=-4$ ← $m=-3$

$x^2-3x=1$ ← $x=\frac{-1}{3}$

$\frac{-3}{\frac{-1}{3}}+3=12$

③ (۱٫۵) اگر $a<x<b$ آنگاه $y>\frac{7}{2}$



$-\frac{1}{2}x^2+2x+6=y$ ← روی

$x^2+2x-3=y$

$(x-1)(x+3)$

$\frac{-3}{-\frac{1}{2}}=6$

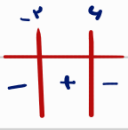
$\frac{1}{-\frac{1}{2}}=-2$

$-\frac{1}{2}x^2+2x+6>\frac{7}{2}$ ← ۳٫۵

$-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}$

$\Delta=b^2-4ac=4-4(-\frac{1}{2})(\frac{5}{2})=9$

$\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2\pm3}{-1}$ ← 5 ، -1



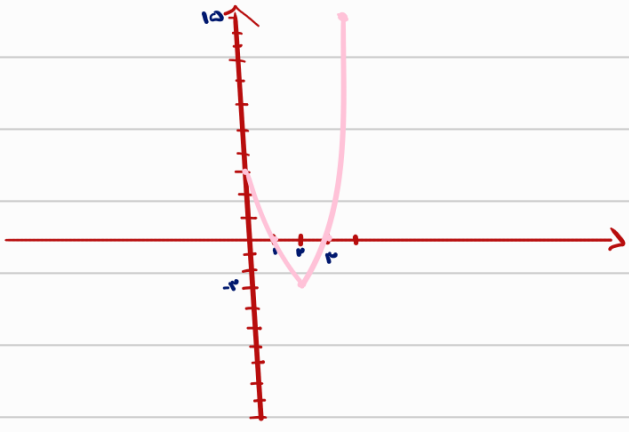
$x_{\text{رأس}}=\frac{-b}{2a}=1$ و $y=7/5$

④

$(a,b)=(1,-3)$

x^2 تکه‌ی بیرونی ← $y=-3$ ✓

۲



⑤

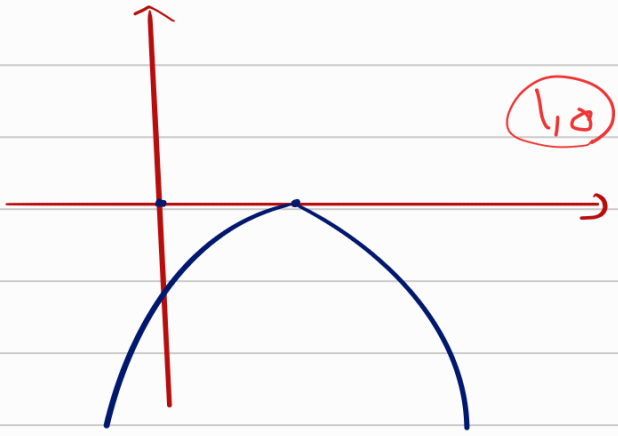
$x_{\text{رأس}}=\frac{-b}{2a}=\frac{-(a-1)}{2(a-1)}=\frac{-1}{2}$

$\frac{1}{4}(a-1)-\frac{1}{2}(a-1)+1=0$

$\frac{1}{4}a-\frac{1}{4}-\frac{2}{4}a+\frac{2}{4}+\frac{4}{4}=0$ ← $\frac{5}{4}=\frac{1}{4}a$ ← $a=5$

a مربوط به تابعی است که بیشترین مقدار خود 5 است ← $a<5$

(۱٫۵)



۶

$\frac{m(m^3+m)}{m-2} > 0 \leftarrow \frac{m(m^2+1)}{m-2}$ (ریشه مخرج)

	$-\infty$		0		2		$+\infty$
m	−	−	۰	+	+	+	
$m-2$	−	−	−	−	۰	+	
$\frac{m(m^2+1)}{m-2}$	+	+	۰	−	‖	+	

$m > 2$

۷

$\frac{(1-x)^2(x^2-x-4)}{(x-3)(1+x+x^2)} \geq 0$

	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$(1-x)^2$	+	+	+	+	۰	+	+	+	
x^2-x-4	+	+	۰	−	−	−	۰	+	
$x-3$	−	−	−	−	−	−	۰	+	
$1+x+x^2$	+	+	+	+	+	+	+	+	
$\frac{(1-x)^2(x^2-x-4)}{(x-3)(1+x+x^2)}$	−	−	۰	+	۰	−	‖	+	

$[-2, 1) \cup [3, +\infty)$

۸

$\frac{x(x-2)}{3+x^2} \geq 0$ (ریشه مخرج ندارد)

	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x	−	−	۰	+	+	+	
$x-2$	−	−	−	−	۰	+	
$3+x^2$	+	+	+	+	+	+	
$\frac{x(x-2)}{3+x^2}$	+	+	۰	−	۰	+	

$\frac{1-x^2}{3+x^2} > -1 \rightarrow \frac{1-x^2+3+x^2}{3+x^2} > 0 \rightarrow \frac{4}{3+x^2} > 0$ (همواره مثبت)

$\frac{(2+x)(3-x)}{3+x^2} > 0$ (ریشه مخرج ندارد)

	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$2+x$	−	−	۰	+	+	+	
$3-x$	+	+	+	+	۰	−	
$3+x^2$	+	+	+	+	+	+	
$\frac{(2+x)(3-x)}{3+x^2}$	−	−	۰	+	۰	−	

$(a, b) = (-2, 4)$

$b - a = 4 - (-2) = 6$

۹

$\frac{x^3-3x^2}{x+1} > 0$ (ریشه مخرج)

$\frac{x(x-3)}{x+1} > 0$

	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
x	−	−	−	−	۰	+	+	+	
$x-3$	−	−	−	−	−	−	۰	+	
$x+1$	−	−	۰	+	+	+	+	+	
$\frac{x(x-3)}{x+1}$	−	−	‖	+	۰	−	۰	+	

$(-\infty, -1) \cup (0, 3]$

$\frac{x^3-3x^2}{x+1} < 1 - x$

$\frac{x^3-3x^2}{x+1} < \frac{1-x^2}{x+1}$

$\frac{x^3-3x^2-1+x^2}{x+1} < 0 \rightarrow \frac{x^3-2x^2+x-1}{x+1} < 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 = -3 < 0$ (ریشه ندارد)

	$-\infty$		-1		$+\infty$
$x+1$	−	−	۰	+	
x^3-2x^2+x-1	−	−	−	−	
$\frac{x^3-2x^2+x-1}{x+1}$	+	+	‖	−	

$x < -1$

$(-\infty, -1) \cup (0, 3]$

$\mathbb{R} - \{-1\}$

$(0, 3] \cup (-\infty, -1)$

۱۰

$\frac{x^2-x-12}{x} \leq 0$ (ریشه مخرج)

$\frac{(x+3)(x-4)}{x} \leq 0$

	$-\infty$		-3		0		4		$+\infty$
$x+3$	−	−	۰	+	+	+	+	+	
$x-4$	−	−	−	−	−	−	۰	+	
x	−	−	−	−	۰	+	+	+	
$\frac{(x+3)(x-4)}{x}$	−	−	۰	+	‖	−	۰	+	

$(0, 4] \cup [-3, -\infty)$

۵

برای اینکه عبارت همواره منفی باشد $a < 0$ و $\Delta < 0$

$a - 1 < 0 \rightarrow a < 1$ (1)

$\Delta < 0 \rightarrow (a-1)^2 - 4(a-1) < 0 \rightarrow 0 < a-1 < 4 \rightarrow 1 < a < 5$ (2)

$a - 1 = t$ ↳ $t^2 - 4t < 0 \rightarrow 0 < t < 4$

$1 \cap 2 = \emptyset$

۲

عبارت حول $x=-1$ تغییر علامت داده است پس $x=-1$ ریشه‌ی عبارت $(x-3x^2)$ بوده است!

$$-1-3n=0 \rightarrow n=\frac{-1}{3}$$

پس $x=4$ ریشه‌ی عبارت $(k-2)x+m-1$ است!

$$4k-8+m-1=0$$
$$4k+m-9=0$$

ضریب x باید منفی باشد چون عبارت به ازای $x>4$ منفی است.

$$k-2<0 \rightarrow k<2 \rightarrow \text{صحیح} \rightarrow \boxed{k=1} \rightsquigarrow 4+m-9=0 \rightarrow \boxed{m=5}$$

$$\frac{m}{n}+k=\frac{5}{\frac{-1}{3}}+1=-15+1=-14$$

۳

$$y>\frac{7}{2} \rightsquigarrow -\frac{1}{2}x^2+2x+4>\frac{7}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}>0 \xrightarrow{\times 2} -x^2+4x+5>0$$

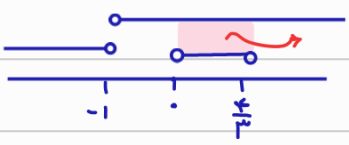
$$-(x-5)(x+1)>0 \rightarrow \begin{array}{c|ccc} & -1 & & 5 \\ \hline & - & + & - \end{array} \rightsquigarrow -1<x<5 \rightsquigarrow b-a=4$$

۹

$$\frac{3n^2-4n}{n+1}<0 \rightarrow \frac{n(3n-4)}{n+1}<0 \rightsquigarrow \begin{array}{c|ccccc} & -1 & & 0 & & \frac{4}{3} \\ \hline & - & & + & - & + \end{array} \rightsquigarrow -1<x<0 \text{ یا } 0<x<\frac{4}{3}$$

$$\frac{3n^2-4n}{n+1}>-1 \rightarrow \frac{3n^2-4n+n+1}{n+1}>0 \rightarrow \frac{3n^2-3n+1}{n+1}>0 \rightarrow n+1>0 \rightarrow n>-1$$

($3n^2-3n+1>0$ چون $\Delta<0$)

$1 \cap 2 \rightsquigarrow$ 

ع.ق.ق $\rightarrow 0<x<\frac{4}{3}$