۱۸

سایناداوودی — تکلیف ۲۶ — گروه دختر B

۱)

ریشه ها ۱ و ۳ ←

$1 \quad 3$

$+ \circ - \circ +$

$\rightarrow x^2 - ax + b \rightarrow (x-3)(x-1) \rightarrow x^2 - \underbrace{4}_{a}x + \underbrace{3}_{b}$

$a + b = 4 + 3 = \boxed{7}$

۲)

$y = ((k-2)x + m - 1)(x - 3x)^2$

$-1 \quad (4)$

$+ \circ + \circ -$

$4k - 8 + m - 1 = 0 \rightarrow m = -4k + 9$

ریشه مضاعف (-1) $\rightarrow (-1-3n)^2 = 0 \rightarrow -3n = 1 \rightarrow n = \frac{-1}{3}$

$\frac{m}{n} + k = \frac{9-4k}{\frac{-1}{3}} + k \rightarrow 12k - 27 + k = 13k - 27$

$13k - 27 = \boxed{-14}$

۳)

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2}$ $\rightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2} > 0 \rightarrow a + c = b \rightarrow$ (ریشه) $x = -1, +5$

$\rightarrow x$ (ریشه) $\rightarrow 5, -1$

$-1 \quad 5$

$- \circ + \circ -$

$\rightarrow (a, b) = (-1, 5) \rightarrow b - a = 5 - (-1) = \boxed{6}$

۴)

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 \rightarrow x(x^2-1) - 3(x^2-1)$

$x > 0 \qquad \rightarrow \underbrace{(x^2-1)}_{\text{ریشه } -1, 1}\underbrace{(x-3)}_{\text{ریشه } 3} < 0$

$-1 \quad 1 \quad 3$

$- \circ + \circ - \circ +$

$x > 0$ ✗

$x \in (1, 3) \rightarrow$ نقطه‌ی میانی $= 2$

$8 - 12 - 2 + 3 = \boxed{-3}$

۵)

$(a-1)x^2 + (a-1)x + 1 < 0$

$\Delta < 0 \rightarrow a^2 - 2a + 1 - 4a + 4 < 0 \rightarrow a^2 - 6a + 5 < 0 \rightarrow (a-5)(a-1) < 0$

$1 \quad 5$

$+ \circ - \circ +$

$1 < a < 5 \ (I)$

$a < 0 \rightarrow a - 1 < 0 \rightarrow a < 1 \ (II)$

$\boxed{a \in I \cap II \rightarrow a \in \varnothing}$

۶)

$0 < \frac{m(m^4 + m)}{m-2} = \frac{m^2(m^3+1)}{m-2} \rightarrow \underbrace{m = 0, 1, -1, 2}_{\text{ریشه}}$

$-1 \quad 0 \quad 1 \quad 2$

$+ \circ - \circ + \circ - \text{ت.ن} +$

$\boxed{m \in (-\infty, -1) \cup (0, 1) \cup (2, +\infty)}$

۷)

$\frac{(x^2 - x - 6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3} \leqslant 0$

$\underbrace{x = -2, 1, 2, 3}_{\text{ریشه}}$

$-2 \quad 1^* \quad 2 \quad 3$

$+ \circ - \circ - \text{ت.ن} + \circ -$

$\boxed{x \in [-2, 2) \cup [3, +\infty)}$

۱۸) $\frac{۳x^۲-۲x}{x^۲+۴} < ۲ \rightarrow ۳x^۲-۲x < ۲x^۲+۸ \rightarrow \underbrace{\frac{۳x^۲-۲x^۲}{x^۲}} - ۲x - ۸ < ۰$

$x^۲-۲x-۸<۰ \rightarrow (x-۴)(x+۲)<۰$ ② $\rightarrow$ (ریشه) $x=۴,-۲$

	-۲		۴	
	$+$	۰	$-$	۰

$(a,b)=(-۲,۴) \longrightarrow b-a=۴+۲=\boxed{۶}$

۱۹) $-۱ < \frac{۳x^۲-۴x}{x+۱} < ۰$

$\frac{۳x^۲-۴x}{x+۱} > -۱ \rightarrow ۳x^۲-۴x > -x-۱$ ①,۵

$\rightarrow ۳x^۲-۳x+۱>۰ \rightarrow$ ریشه ندارد

$\frac{۳x^۲-۴x}{x+۱} < ۰$

$\frac{x(۳x-۴)}{x+۱} < ۰$

(ریشه‌ها) $x=۰,-۱,\frac{۴}{۳}$

	-۱		۰		$\frac{۴}{۳}$	
	$-$	ت	$+$	۰	$-$	۰

$\Rightarrow x \in (-\infty,-۱) \cup (۰,\frac{۴}{۳})$

۲۰) دقت! باید حتماً طرفین وسطین کنی!!!

$\frac{x^۲-۱۰}{x} \leq ۳ \rightarrow x^۲-۱۰ \leq ۳x \rightarrow x^۲-۳x-۱۰ \leq ۰$ ①

$\rightarrow (x-۵)(x+۲) \leq ۰ \rightarrow$ (ریشه) $x=۵,-۲$

	-۲		۵	
	$+$	۰	$-$	۰	$+$

$\boxed{x \in [-۲,۵]}$

۱۰

$$\frac{x^2-10}{x} \le 3 \rightarrow \frac{x^2-10}{x} - 3 \le 0 \rightarrow \frac{x^2-3x-10}{x} \le 0 \rightarrow \frac{(x-5)(x+2)}{x} \le 0$$

	-2	0	5
	-	+	-
	-	+	+
	-	+	-

$\rightarrow$ ج.م $(-\infty,-2] \cup (0,5]$

۹-

$$\frac{3x^2-4x}{x+1} < 0 \rightarrow \frac{x(3x-4)}{x+1} < 0$$

	-1	0	$\frac{4}{3}$
	-	+	+
	-	+	-
	+	-	+

$\rightsquigarrow -1 < x < 0$ یا $\frac{4}{3} < x$ (1)

$$\frac{3x^2-4x}{x+1} > -1 \rightarrow \frac{3x^2-4x+x+1}{x+1} > 0 \rightarrow \frac{3x^2-3x+1}{x+1} > 0 \rightarrow x+1 > 0 \rightarrow x > -1 \quad (2)$$

$3x^2-3x+1$: $\Delta = 9-12 < 0$, $a > 0$

$1 \cap 2 \rightsquigarrow$ ج.م $\rightarrow -1 < x < \frac{4}{3}$

۱۰

$$m(m^3+m) = m^4+m^2 = \underbrace{m^2}_{\text{همواره مثبت}}\underbrace{(m^2+1)}_{\text{همواره مثبت}} \rightarrow \frac{m^2(m^2+1)}{m-2} > 0 \quad \text{همواره} \oplus$$

$\rightarrow m-2 > 0 \rightarrow m > 2$