۱- الف) $(3x-y,-2)$ ، $(x+2y,9)$

$3x-y=9 \rightarrow 6x-2y=18$

$x+2y=-2$

$7x=14$

$x=2 \rightarrow 2+2y=-2 \rightarrow y=-3$

$\frac{x}{y}=-\frac{2}{3}$ ✓

ب) $(-1,-3)$ ، $\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y},\frac{8}{x}-\frac{7}{y}\right)$

$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{y-x}{xy}=-1 \rightarrow x-y=xy$

$\frac{8y-7x}{xy}=-2 \rightarrow 7x-8y=2xy$

$2xy=(x-y)+5x$

$2xy=5xy-4x$

$2xy-3xy=-4x$

$-xy=-4x \rightarrow xy-4x=0 \rightarrow x(y-4)=0$

$x=0$ ، $y=4$

$\frac{x}{y}=0$

(۱٫۵)

۲- $f=\{(a,2a),(1,a+1),(-2,1),(2,b)\}$

$a+1=-2$

$a=-3$

$f(a)+2f(2)=3f(1)$

$2a+2b=3(a+1)$

$2a+2b=3a+3$

$2b-1=a \rightarrow 2b-1=-3$

$2b=-2 \rightarrow b=-1$

(۱٫۵)

۳- هیچ مقدار ✓

$f=\{(1,3m^2-12),(2,1),(m^2-3m,4),(3,2),(-1,m^2-3m),(0,-2),(m^2-3m,4m+1)\}$

$m^2-3m=-2$

$m^2-3m+2=0 \rightarrow \begin{cases} m=1 \rightarrow (4,2),(3,2) \\ m=2 \rightarrow (4,3),(0,-2) \end{cases}$

۴- الف) تابع نیست

ب) تابع هست

ج) تابع هست ✓

د) تابع نیست

۵- الف) $y=-\sqrt{x+1} \rightarrow \begin{cases} y_1=-\sqrt{x+1} \\ y_2=-\sqrt{x+1} \end{cases} \rightarrow y_1=y_2$ تابع ✓

ب) $x-\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$ $\xrightarrow{x=2}$ $2\sqrt{1-y^2}=y$

$4(1-y^2)=y^2$

$4-4y^2=y^2$

$4=5y^2 \rightarrow y^2=\frac{4}{5}$

$y=\frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow y^2=\frac{4}{5} \rightarrow 1-y^2=\frac{1}{5}$

$y=-\frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow y^2=\frac{4}{5} \rightarrow 1-y^2=\frac{1}{5}$

تابع نیست

(۱٫۵)

۶- الف) $|y|=x \rightarrow y=\pm x$ $\xrightarrow{x=1}$ $y=\pm 1$ تابع نیست ✓

ب) $y^3+3y^2+3y+x^3+x=0$

$y^2\left(\underbrace{y+3}_{a}\right)+\underbrace{3y}_{b}+\underbrace{x^2+x}_{c}=0 \rightarrow y=\frac{-3\pm\sqrt{9-4(y+3)(x^2+x)}}{2y+6}$

تابع نیست

بازای هر x دو جواب دارد

(۱٫۵)

۷- $f(x)=\frac{2x^2+3x+5}{x^2+3x+4}$ ، $f(\sqrt{2}-2)=?$

$\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$ ✓

$\frac{8-3\sqrt{2}+3\sqrt{2}+4}{8-3\sqrt{2}+4\sqrt{2}-8}$

(۲)

۱-

$f(x) = x^3 + ax + b \to -۴ = -۱ - a + b \to a = ۳ + b$

$y = ۳x - a \longrightarrow -۴ = -۳ - a$

$a = ۱$

$۱ = ۳ + b$

$b = -۲$

$f(x) = x^3 + x - ۲$

$y = ۳x - ۱$

$x^3 + x - ۲ = ۳x - ۱$

$x^3 - ۲x - ۱ = ۰$

جمع ضرایب = ۰ ← جواب یکی است

توان های زوج = جمع ضرایب توان های فرد = ۲ پس $x+1$ بخش پذیر

$\begin{array}{r|l} x^3 - ۲x - ۱ & x+1 \\ \hline x^3 + x^2 & x^2 - x - ۱ \\ \hline -x^2 - ۲x & \\ -x^2 - x & \\ \hline -x - ۱ & \\ ۰ & \end{array}$

$x^3 - ۲x - ۱ = (x+1)(x^2 - x - ۱) = ۰$

$x = -۱$ ، $x^2 - x - ۱ = ۰$

جمع ریشه‌ها = مجموع طول‌های دو نقطه تقاطع = ۱

۲

۹-

$a + b = ۲a$

$b = a$

$-a + ۱ = ۲a$

$۱ = ۳a$

$a = \frac{۱}{۳}$

۲

۱۰-

$f(x) = \frac{۴x^2 - ax + c + ۱}{bx + ۴} \longrightarrow x = \frac{۴x^2 - ax + c + ۱}{bx + ۴} \longrightarrow bx^2 + ۴x = ۴x^2 - ax + c + ۱$

$(۴-b)x^2 - x(a+۴) + c + ۱ = ۰$

$\sim$ $b = ۴$، $c = -۱$، $a = -۴$

$a + b + c = c$

روش (دوم):

$x = ۱ \longrightarrow ۴ - b - ۴ - a + c + ۱ = ۰$

$c = a + b - ۲$

$x = ۲ \longrightarrow ۴(۴-b) - ۴(a+۴) + c + ۱ = ۰$

$۱۶ - ۴b - ۴a - ۱۶ + c + ۱ = ۰$

$c = ۴(a+b) - ۵$

$a + b - ۲ = ۴a + ۴b - ۵$

$۳ = ۳a + ۳b$

$۱ = a + b \longrightarrow c = a + b - ۲$

$c = -۱$

$a + b + c = ۰$

۲

۱- ب

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1 \\ \frac{3}{x} - \frac{7}{y} = -3 \end{cases} \xrightarrow{x-3} \begin{cases} -\frac{3}{x} + \frac{3}{y} = 3 \\ \frac{3}{x} - \frac{7}{y} = -3 \end{cases} \rightarrow -\frac{4}{y} = 2 \rightarrow \boxed{y=-1}$$

if $y=-1 \rightarrow \frac{1}{x} + 1 = -1 \rightarrow \frac{1}{x} = -2 \rightarrow \boxed{x = -\frac{1}{2}} \rightsquigarrow \frac{x}{y} = +\frac{1}{2}$

۵

ب)

$$x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \rightarrow \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \rightarrow \frac{y_1^2}{1-y_1^2} = \frac{y_2^2}{1-y_2^2}$$

$$\rightsquigarrow y_1^2 - y_1^2 y_2^2 = y_2^2 - y_1^2 y_2^2 \xrightarrow[\text{هم علامت}]{y_1, y_2} y_1 = y_2 \rightarrow \text{✓ راهبا تابعست}$$

۲-

$(1,-2)(1,a+1) \rightarrow a+1=-2 \rightarrow a=-3$

$f(-3) + 2f(2) = 3f(1) \rightarrow -4 + 2f(2) = -4 \rightarrow f(2)=0 \rightarrow b=0$

۴- ب

$y^3 + 3y^2 + 3y = -x^3 - x \xrightarrow{+1} y^3 + 3y^2 + 3y + 1 = -x^3 - x + 1$

$(y+1)^3 = -x^3 - x + 1 \rightarrow y+1 = \sqrt[3]{-x^3-x+1} \rightarrow y = \sqrt[3]{-x^3-x+1} - 1 \rightarrow$ تابعست!