۱- الف) $(3x-y,-4)$ ، $(x+2y,9)$

$3x-y=9 \longrightarrow 6x-2y=18$

$x+2y=-2$

$7x=14$

$x=2 \longrightarrow 2y=-6$

$y=-3$

$\frac{x}{y}=-\frac{2}{3}$

ب) $(-1,-3)$ ، $\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y},\frac{8}{x}-\frac{7}{y}\right)$

$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{y-x}{xy}=-1 \longrightarrow x-y=xy$

$\frac{8y-7x}{xy}=-3 \longrightarrow 7x-8y=3xy$

$7x-8y=3(x-y)$

$7x-8y=3x-3y$

$4x=5y$

$x=\frac{5}{4}y \longrightarrow x+xy=0 \longrightarrow x(1+y)=0$

$x=0$ ، $y=-1$

$\frac{x}{y}=0$

۲- $f=\{(a,2a),(1,a+1),(-2,1),(2,b)\}$

$a+1=-2$

$a=-3$

$f(a)+2f(2)=3f(1)$

$2a+2b=3(a+1)$

$2a+2b=3a+3$

$2b-1=a \longrightarrow 2b-1=-3$

$2b=-2 \longrightarrow b=-1$

۳- هیچ مقدار

$f=\{(1,3m^2-12),(3,4m+1),(2,m+1),(-2,-1),(5,0),(-1,m^2-3m)\}$

$m^2-3m=-2$

$m^2-3m+2=0 \longrightarrow (m-2)(m-1)=0$

$m=2$ ، $m=1$

۴- الف) تابع نیست

ب) تابع هست

ج) تابع نیست

د) تابع هست

۵- الف) $y=-\sqrt{x+1} \longrightarrow y_1=-\sqrt{x+1}$ ، $y_2=-\sqrt{x+1}$ $\Rightarrow y_1=y_2$ تابع ✓

ب) $x-\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$

$x=2 \longrightarrow 2\sqrt{1-y^2}=y$

$4(1-y^2)=y^2$

$4-4y^2=y^2$

$4=5y^2 \longrightarrow y^2=\frac{4}{5}$

$y=\pm\frac{2}{\sqrt{5}}$

$y=\frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow \frac{4}{5}+y^2=1 \rightarrow y^2=\frac{1}{5} \rightarrow y=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

$y=-\frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow \frac{4}{5}+y^2=1 \rightarrow y^2=\frac{1}{5} \rightarrow y=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

تابع نیست

۶- الف) $x=|y-1| \longrightarrow y=\pm x+1$ $\xrightarrow{x=1}$ $y=\pm 1+1$ تابع نیست

ب) $y^3+3y^2+3y+x^3+x=0$

$y^2\left(\frac{y+3}{a}\right)+\frac{3}{b}y+\frac{x^2+x}{c}=0 \longrightarrow y=\frac{-3\pm\sqrt{9-4(y+3)(x^2+x)}}{2y+2}$

تابع نیست

بازای هر x دو جواب دارد

۷- $\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$

$f(x)=\frac{5x+3x^2}{x^2+3x+4}$

$f(\sqrt{2}-2)=?$

$\frac{8+3\sqrt{2}+3\sqrt{2}-6}{8+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}+8}$

۱-

$f(x) = x^۳ + ax + b \to -۴ = -۱ - a + b \to a = ۳ + b$

$y = ۳x - a \longrightarrow -۴ = -۳ - a$

$a = ۱$

$۱ = ۳ + b$

$b = -۲$

$f(x) = x^۳ + x - ۲$

$y = ۳x - ۱$

* $۳x - ۱ = x^۳ + x - ۲$

$۰ = x^۳ - ۲x - ۱$ ← جمع ضرایب توان های زوج = جمع ضرایب توان های فرد = ۲ پس $x+۱$ بخش پذیر

$x^۳ - ۲x - ۱ \;\big|\; x+۱$

$x^۳ + x^۲ \quad | \; x^۲ - x - ۱$

$-x^۲ - ۲x$

$-x^۲ - x$

$-x - ۱$

۰

$x^۳ - ۲x - ۱ = (x+۱)(x^۲ - x - ۱) = ۰$

$x = -۱$ ، $x^۲ - x - ۱ = ۰$

جمع ریشه‌ها = مجموع طول‌های دو نقطه تقاطع = ۱

۲-

$a + b = ۲a$

$b = a$

$-a + ۱ = ۲a$

$۱ = ۳a$

$a = \frac{۱}{۳}$

۱۰-

$f(x) = \frac{۴x^۲ - ax + c + ۱}{bx + ۲}$ ← $x = \frac{۴x^۲ - ax + c + ۱}{bx + ۲}$ ← $bx^۲ + ۲x = ۴x^۲ - ax + c + ۱$

$(۴ - b)x^۲ - x(a + ۲) + c + ۱ = ۰$

$b = ۴$، $c = -۱$، $a = -۲$ ← $a + b + c = ۰$

روش (دو):

$x = ۱$ ← $۴ - b - ۲ - a + c + ۱ = ۰$

$c = a + b - ۲$

$x = ۲$ ← $۴(۴ - b) - ۴(a + ۲) + c + ۱ = ۰$

$۱۶ - ۴b - ۴a - ۱۲ + c + ۱ = ۰$

$c = ۴(a + b) - ۵$

$a + b - ۲ = ۴a + ۴b - ۵$

$۳ = ۳a + ۳b$

$۱ = a + b$ ← $c = a + b - ۲$

$c = -۱$

$a + b + c = ۰$