Date: .....

۱۹ آذر

«یلدا انوری» دهم دختر B

۱- الف) $(9, x+2y), (3x-y, -4) \rightarrow \begin{cases} 3x-y=9 \\ x+2y=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x-2y=18 \\ x+2y=-4 \end{cases}$

$7x=14 \rightarrow x=2 \quad y=-3$

$\frac{x}{y}=\frac{-2}{3} \Leftarrow$

ب) $(-1,-3), \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}, \frac{5}{x}-\frac{7}{y}\right)$

$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=-1 \rightarrow \frac{y-x}{xy}=-1 \rightarrow y-x=-xy$

$\frac{5}{x}-\frac{7}{y}=-3 \rightarrow \frac{5y-7x}{xy}=-3 \rightarrow 5y-7x=-3xy$

$\begin{cases} x-y=xy \\ 5y-7x=-3xy \end{cases}$ $5y-7x=-3(x-y) \Rightarrow 5y-7x=-3x+3y \Rightarrow 2y=4x \rightarrow y=2x$

$\rightarrow \frac{x}{y}=\frac{x}{2x}=\frac{1}{2}$

۲- $f=\{(a,2a), (1,a+1), (1,-2), (2,b)\}$

$(-2,-4)$

$a+1=-2 \rightarrow a=-3$

$f(-2) + 2f(2) = 3f(1)$

$-4+2b=-4 \Rightarrow b=0$

۳- $f=\{(-1, m^2-3m), (3,5), (-1,-2), (m+1,4), (2,4), (m^2+2, 4m+1)\}$

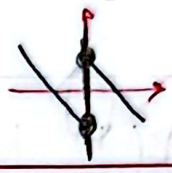
نقض نقض

$m^2-3m=-2 \rightarrow m^2-3m+2=0 \rightarrow (m-2)(m-1)=0 \rightarrow m=2, m=1$

$\Rightarrow$ به ازای هیچ مقدار m تابع نمی‌باشد

Date: .....

۴- الف) منفی‌ست  ب) است مثلاً $y = x^2 - 3$

ج) منفی‌ست  د) است $y = |x|$

۵- تابع است ✓

الف) $y = -\sqrt{x+1} \rightarrow x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1$, $y \leq 0$

به ازای $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ حاصل عبارت صفر یک است!

(۱/۵)

ب) $x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \xrightarrow{x=1} \sqrt{1-y^2} = y \rightarrow 1-y^2 = y^2 \rightarrow 1 = 2y^2 \rightarrow y^2 = \frac{1}{2} \rightarrow y = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

تابع منفی‌ست

۶- تابع منفی‌ست ✓

الف) $|y| = x \xrightarrow{x=1} |y| = 1 \rightarrow y = \pm 1$

ب) $y^4 + 3y^2 - 3y = -(x^4 + x)$ طبق نکته $y + y^3$ تابع است ✓ (توان فرد)

۷- $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x^2 + 4x + 7} \Rightarrow x^2 + 4x \xrightarrow{x = \sqrt{3}-2} (\sqrt{3}-2)^2 + 4(\sqrt{3}-2) = f(\sqrt{3}-2)$

$= 3 + 4 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 8 = -1$

$\Rightarrow f(\sqrt{3}-2) = \frac{-1+5}{-1+7} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ✓ (۲)

۸- $\xrightarrow[\text{جایگذاری در } f(x)]{\binom{-1}{-4}} -4 = -1 - a + b \rightarrow \boxed{-3 = b - a}$ / $\xrightarrow[\text{جایگذاری در تابع خطی}]{\binom{-1}{-4}} y = 3x - a \Rightarrow -4 = -3 - a$

$\boxed{a = 1}$, $\boxed{b = -2}$

$f(x) = y \Rightarrow x^3 + x - 2 = 3x - 1 \rightarrow x^3 - 2x - 1 = 0$ ✓

(۱/۵)

Date: .....

۹- $f = \{(۲, a+b)(۱, ۲a)(-۱, a-۲b+۱)\}$ $f(x) = k$

$a+b = ۲a \rightarrow \boxed{b = a}$

$a - ۲\overset{a}{b} + ۱ = ۲a \rightarrow -a + ۱ = ۲a \rightarrow ۱ = ۳a \rightarrow \boxed{a = \frac{۱}{۳}}$

۱۰- $f(x) = \frac{۴x^۲ - ax + c + ۱}{bx + ۳} = x \rightarrow ۴x^۲ - ax + c + ۱ = bx^۲ + ۳x$

$\begin{cases} ۴x^۲ = bx^۲ \rightarrow \boxed{b = ۴} \\ -ax = ۳x \rightarrow \boxed{a = -۳} \\ c + ۱ = ۰ \rightarrow \boxed{c = -۱} \end{cases}$

$a + b + c = ۴ - ۳ - ۱ = ۰$

۵- $x = \frac{y}{\sqrt{۱ - y^۲}} \rightarrow \frac{y_۱}{\sqrt{۱ - y_۱^۲}} = \frac{y_۲}{\sqrt{۱ - y_۲^۲}} \rightarrow \frac{y_۱^۲}{۱ - y_۱^۲} = \frac{y_۲^۲}{۱ - y_۲^۲}$

ب) $\rightsquigarrow y_۱^۲ - y_۱^۲ y_۲^۲ = y_۲^۲ - y_۱^۲ y_۲^۲ \xrightarrow[\text{هم علامت}]{y_۱, y_۲} y_۱ = y_۲ \rightarrow$ راهجا تابع است ✓

۸- $y - ۳x + a = ۰ \xrightarrow{(-۱, -۴)} -۴ + ۳ + a = ۰ \rightarrow \boxed{a = ۱}$

$y = x^۲ + ax + b \xrightarrow{(-۱, -۴)} -۴ = -۱ - ۱ + b \rightarrow \boxed{b = -۲}$

$۳x - ۱ = x^۳ + x - ۲ \rightarrow x^۳ - ۲x - ۱ = ۰ \xrightarrow[\text{ریشه عبارت}]{x = -۱} (x+۱)(x^۲ - x - ۱) = ۰$

$\Delta > ۰ \rightarrow S = -\frac{b}{a} = ۱$