$f=\{(2, a+b), (1, 2a), (-1, a-2b+1)\}$ .9

$a+b=2a$

$b=a$

$a-2a+1=2a$

$-a+1=2a \Rightarrow 1=3a \Rightarrow a=\frac{1}{3}$ 2

$f(x)=\dfrac{4x^2-ax+c+1}{bx+3}$ $f(x)=x$ .10

$\dfrac{4x^2-ax+c+1}{bx+3}=x \Rightarrow (4x^2-ax+c+1)=x(bx+3)$

$4x^2-ax+c+1=bx^2+3x$

$b=4$ $c+1=0 \Rightarrow c=-1$ 2

$a=-3$ $a+b+c=0$

6-

الف) $|y| = x$ ⇐ به ازای یک x دو مقدار y ⇒ تابع نیست — شکل نقض

$|y| = 4 \qquad y = \pm 4$

تعریف ریاضی $\Rightarrow \begin{cases} |y_1| = x \\ |y_2| = x \end{cases} \Rightarrow |y_1| = |y_2| \Rightarrow y_1 = \pm y_2$ ✗

ب) $y^3 + 3y^2 + 3y + x^3 + x = 0$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$a = y \,,\; b = 1$

5

$y^3 + 3y^2 + 3y = -x^3 + x \Rightarrow (y+1)^3 - 1 = -x^3 + x \Rightarrow (y+1)^3 = -x^3 + x + 1$

تابع است زیرا به ازای هر x یک مقدار y بدست می آوریم. شکل نقض:

$x = 0 / 1 / -1 \Rightarrow y = 0$

تعریف ریاضی: $y + 1 = \sqrt[3]{-x^3 + x + 1} \Rightarrow \begin{cases} y_1 + 1 = \sqrt[3]{-x^3 + x + 1} \\ y_2 + 1 = \sqrt[3]{-x^3 + x + 1} \end{cases} \Rightarrow y_1 + 1 = y_2 + 1 \Rightarrow \boxed{y_1 = y_2}$

از هر چند در این سوال توجه داشته باشید که R ان شود

4

7. $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 5}{x^2 + 4x + 7} = \dfrac{(x+2)^2 + 1}{(x+2)^2 + 3} = \dfrac{(\sqrt{3})^2 + 1}{(\sqrt{3})^2 + 3} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

8

$f(x) = x^3 + ax + b \;/\; y = 3x - a$

$-1 = -12 - a \Rightarrow a = -11$ *

15

$y = 3x + 11$

$y = x^3 - 11x + b$

حذف:

$\Rightarrow x^3 - 11x + 19 = 3x + 11$

$x^3 - 11x - 3x + 19 - 11 = 0$

$x^3 - 14x + 8 = 0$

$f(-4) = -1 \rightarrow (-4)^3 - 11(-4) + b = -1$

$-64 + 44 + b = -1 \rightarrow -20 + b = -1 \rightarrow b = 19$ *

یک نقطه و خط درجه ۳ می تواند حداکثر ۳ نقطه تقاطع داشته باشند.

عدد (-4) را جدا می کنیم.

$x^3 - 14x + 8 \;\big|\; x + 4 \;\Rightarrow\; x^2 - 4x + 2$

$(x + 4)(x^2 - 4x + 2) = 0$

$x = \dfrac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = x = 2 \pm \sqrt{2}$

$\begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 2 + \sqrt{2} \\ x_3 = 2 - \sqrt{2} \end{cases}$ مجموع $= 0$

سیدابراهیم... :

۱۸

۱ـ

الف) $x+2y=-4$ ، $2(3x-y=9) \Rightarrow 6x-2y=18$

$x+2y=-4$

$7x=14 \Rightarrow \boxed{x=2}$ ، $\boxed{y=-3}$

$\frac{x}{y}$ ~~$\frac{-2}{3}$~~

۱/۵

ب) $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=-1 \Rightarrow \frac{y-x}{xy}=-1 \Rightarrow y-x=-xy$

$\frac{5}{x}-\frac{7}{y}=-3 \Rightarrow 5x-7y=-3xy$ $\quad 3y-3x=5x-7y$

$10y=8x \quad 5y=4x$ ✗

$y=\frac{4}{5}x \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{5}{4}$

۲ـ $f(a)=3a \quad f(3)=b$ $\quad \frac{3}{a}+3b=\frac{3}{a}+1$

$f(1)=a+1$ $\quad \boxed{3b=a+1}$

۱/۵

$b=\frac{1}{3} \Rightarrow f(3b)=f(1) \Rightarrow 3b=1 \Rightarrow b=\frac{1}{3}$

۳ـ به ازای ۲

$m^2-3m=-2$ $\quad \{(-1,-2),(3,5),(3,-1),(2,4),(6,9)\}$

$m^2-3m+2=0$

$(m-2)(m-1)=0$ ۲

$\to 2 \quad 1 \to \times \Rightarrow (2,4),(\frac{3}{2},4)$

۴ـ الف) به ازای $x=0$ ، ۲ مقدار داریم. ج) تابع نیستند ✓

ب و د) تابع هستند.

۲

۵ـ الف) $y=-\sqrt{x+1}$ $\quad$ تعریف ریاضی $\begin{cases} y_1=-\sqrt{x+1} \\ y_2=-\sqrt{x+1} \end{cases}$ $\quad y_1=y_2$ $\quad \sqrt{x+1}=\sqrt{x+1}$

تابع است

۱/۵

ب) $x=\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$

مثال نقض $\Rightarrow x=1 \Rightarrow y=\sqrt{1-y^2} \Rightarrow y^2=1-y^2 \Rightarrow 2y^2=1 \Rightarrow y^2=\frac{1}{2}$

تابع نیست $y=\pm\frac{1}{2}$

۱-ب

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=-1\\[2mm] \dfrac{5}{x}-\dfrac{7}{y}=-3\end{cases} \xrightarrow{\times -5} \begin{cases}\cancel{-\dfrac{5}{x}}+\dfrac{5}{y}=5\\[2mm] \cancel{\dfrac{5}{x}}-\dfrac{7}{y}=-3\end{cases} \rightarrow -\frac{2}{y}=2 \rightarrow \boxed{y=-1}$$

$$\text{if } y=-1 \rightarrow \frac{1}{x}+1=-1 \rightarrow \frac{1}{x}=-2 \rightarrow \boxed{x=-\frac{1}{2}} \rightsquigarrow \frac{x}{y}=+\frac{1}{2}$$

-۲

$$(1,-2)(1,a+1) \rightarrow a+1=-2 \rightarrow a=-3$$

$$f(-3)+2f(2)=3f(1) \rightarrow -6+2f(2)=-6 \rightarrow f(2)=0 \rightarrow b=0$$

۵

ب)

$$x=\frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \rightarrow \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}}=\frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \rightarrow \frac{y_1^2}{1-y_1^2}=\frac{y_2^2}{1-y_2^2}$$

$$\rightsquigarrow y_1^2-\cancel{y_1^2y_2^2}=y_2^2-\cancel{y_1^2y_2^2} \xrightarrow[\text{هم علامت}]{y_1,y_2} y_1=y_2 \rightarrow$$ رابطه ۱ به ۱ هست ✓

۸

$$y-3x+a=0 \xrightarrow{(-1,-4)} -4+3+a=0 \rightarrow a=1$$

$$y=x^3+ax+b \xrightarrow{(-1,-4)} -4=-1-1+b \rightarrow b=-2$$

$$3x-1=x^3+x-2 \rightarrow x^3-2x-1=0 \xrightarrow[\text{ریشه عبارت}]{x=-1} (x+1)(x^2-x-1)=0 \rightarrow \Delta>0 \rightarrow S=-\frac{b}{a}=1$$