

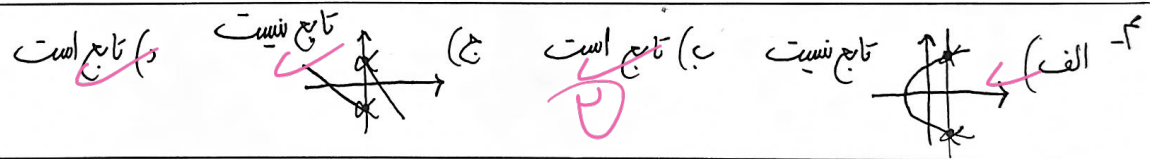
۱۹۱۵ آفتاب (☆☆)

الف) $(9, x+2y)$ و $(3x-y, -4) = x \begin{cases} 3x-y=9 \\ x+2y=-4 \Rightarrow -3x-2y=12 \\ -7y=21 \Rightarrow y=-3, x=-4-2(-3)=2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{x}{y} = \frac{-2}{3}}$

ب) $(-1, -3)$ و $(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \frac{5}{x} - \frac{4}{y}) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1 \Rightarrow y-x = -x \Rightarrow y = 3x \\ \frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -3 \Rightarrow 5y - 4x = -3xy \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{x}{y} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}}$

۲) $f(a) + 2f(2) = 3f(1) \Rightarrow 2a + 2(b) = 3(-2) \Rightarrow 2b = -6 - 2a \Rightarrow b = -3 - a$
 مؤلفه های اول یکسان هستند
 پس برای تابع بودن باید مؤلفه های دوم هم یکسان باشند
 $\alpha + 1 = -2 \Rightarrow \alpha = -3 \Rightarrow \textcircled{1} b = -3 - \alpha = \boxed{b = -3 + 3 = 0}$

۳) $f = \{(-1, m^2 - 3m), (3, 5), (-1, -2), (m+1, 6), (2, 4), (m^2+2, m+1)\}$
 تابع نیست α $\Rightarrow m^2 - 3m = -2 \Rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m-1) = 0$
 تابع نیست α $\Rightarrow m^2 - 3m = 5 \Rightarrow m^2 - 3m - 5 = 0$
 تابع نیست α $\Rightarrow m^2 - 3m = 6 \Rightarrow m^2 - 3m - 6 = 0$
 به ازای هیچ مقدار m ممکن نیست تابع باشد



۵) $y = -\sqrt{x+1}$ (الف) $\Rightarrow \sqrt{x+1} = -y \Rightarrow x+1 = y^2 \Rightarrow x = y^2 - 1$
 متون ۲ و ۱ را با هم می رسانی $\Rightarrow |1-y^2| = y^2 \Rightarrow$

بازش این شرط که زیر رادیکال نامنفی باشد یعنی $1-y^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq y \leq 1$ نامنفی را بررسی می کنیم
 $\Rightarrow 1-y^2 = y^2 \Rightarrow y^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{\alpha}$
 به ازای $\frac{-\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ حاصل عبارت منفی است!

۶) الف) $|y| = x \Rightarrow y = \pm x$ تابع α
 $y^3 - y^3 = 3y^2 - 3y^2 + 3y^2 - 3y^2 \Rightarrow (y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) = 3(y_2 - y_1)(y_2 + y_1 + 1) \Rightarrow$
 $(y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) + 3(y_1 - y_2)(y_2 + y_1 + 1) = 0 \Rightarrow (y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2 + 3y_2 + 3y_1 + 3) = 0 \Rightarrow$
 $\textcircled{1} y_1 - y_2 = 0 \Rightarrow y_1 = y_2$
 $\textcircled{2} y_1^2 + y_1(y_2 + 3) + y_2^2 + 3y_2 + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = (y_2 + 3)^2 - 4(y_2^2 + 3y_2 + 3) = y_2^2 + 9 + 6y_2 - 4y_2^2 - 12y_2 - 12 =$
 $-3y_2^2 - 6y_2 - 3 \Rightarrow -3(y_2^2 + 2y_2 + 1) = -3(y_2 + 1)^2 \Rightarrow \Delta \leq 0 \Rightarrow \textcircled{1} \Delta < 0 \Rightarrow$ ریشه حقیقی عبارت دوم ندارد و تابع α
 $\textcircled{2} \Delta = 0 \Rightarrow y_2 = -1 \Rightarrow y_1^2 + 2y_1 + 1 = 0 \Rightarrow y_1 = -1 = y_2 \Rightarrow$ تابع α

$$f(x) = \frac{x^2 + \epsilon x + \omega}{x^2 + \epsilon x + \nu} = \frac{(x+2)^2 + 1}{(x+2)^2 + 3} \stackrel{x=\sqrt{3}-2}{=} \frac{(\sqrt{3}-2+2)^2 + 1}{(\sqrt{3}-2+2)^2 + 3} = \frac{3+1}{3+3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

-V

$$f(x) = x^2 + ax + b \quad \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{1-\epsilon} -\epsilon = -2 - a \Rightarrow a = 1 \\ \xrightarrow{1-\epsilon} -\epsilon = -1 - 1 + b \Rightarrow b = -2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2 + x - 2 = 3x - 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x(x-1)(x+1) - (x+1) = 0 \Rightarrow \\ (x+1)(x^2 - x - 1) = 0 \Rightarrow \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \text{ این نقطه داده شده و} \\ \textcircled{2} x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \text{این نقطه دیگر را می خواهم} \end{array} \right.$$

-A

$$f = \left\{ \underbrace{(2, a+b)}_{\textcircled{2}}, \underbrace{(1, 2a)}_{\textcircled{1}}, \underbrace{(-1, a-2b+1)}_{\textcircled{3}} \right\} \Rightarrow \textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow a+b=2a \Rightarrow a=b \left\{ \textcircled{1}, \textcircled{3} \Rightarrow a-2b+1=2a \Rightarrow 1=3a \Rightarrow a=\frac{1}{3} \right.$$

-9

$$f(x) = \frac{\epsilon x^2 - ax + C + 1}{bx + 3} = x \Rightarrow \epsilon x^2 - ax + C + 1 = bx^2 + 3x \Rightarrow x^2(\epsilon - b) + x(-a - 3) + C + 1 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \epsilon - b = 0 \Rightarrow b = \epsilon \\ -a - 3 = 0 \Rightarrow a = -3 \\ C + 1 = 0 \Rightarrow C = -1 \end{array} \right.$$

-10

$$x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \rightarrow \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \rightarrow \frac{y_1^2}{1-y_1^2} = \frac{y_2^2}{1-y_2^2} \quad \underline{5}$$

جا

$$\leadsto y_1^2 - \cancel{y_1^2 y_2^2} = y_2^2 - \cancel{y_1^2 y_2^2} \xrightarrow[\text{هم علامت}]{y_1, y_2} y_1 = y_2 \rightarrow \checkmark \text{ راجعاً تا برسیمت}$$