آذین پورعسگری

۱۷/۲۵

(۱) الف) $y = 3x - 6 \rightarrow -9 + 3x = y$ *۱

$x + 2y = -4 \xrightarrow{*۱ ، ۹} x + 2(-9 + 3x) = -4 \rightarrow x - 18 + 6x = -4 \rightarrow \boxed{x = 2}$

$*۱ \curvearrowleft y = -9 + 6 = \boxed{-3}$

$\rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{-3}$

ب) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1 \rightarrow \frac{y-x}{xy} = -1 \rightarrow \frac{-y+x}{xy} = 1 \rightarrow -y + x = xy$ *۱

$\frac{3}{x} - \frac{1}{y} = -2 \rightarrow \frac{3y - 2x}{xy} = -2 \rightarrow \frac{-3y+2x}{2xy} = 1 \rightarrow 2xy = -3y + 2x$

$*۱ \curvearrowleft -2y + 2x = -3y + 2x \rightarrow 2x = y$ *۲

$*۱ و *۲ \rightarrow x - 2x = x^2 \rightarrow -x^2 - x = 0 \rightarrow x(-x-1) = 0$ ($x \neq 0$ چون مخرج صفر می‌شود)

$x = -1 \rightarrow y = -2 \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$

$x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{0}{0}$ ✗ تعریف نشده

(۲) $a + 1 = -2 \rightarrow \boxed{a = -3}$

$f(-2) + 2f(2) = 3f(1) \rightarrow -6 + 2b = -6 \rightarrow \boxed{b = 0}$

(۳) $m^2 - 3m = -2 \rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \rightarrow (m-2)(m-1) = 0$

$m = 1$ ✗ (مخرج صفر می‌شود)

$m = 2 \rightarrow 4$

$m = 2 \rightarrow 4$

(۴) الف) ✗ ب) ✓ ج) ✗ د) ✓

(۵) الف) $y = \sqrt{x+1}$ ضابطه تعریف $\rightarrow x = 0 \rightarrow \sqrt{0+1} = 1$

ب) $x = 1 \rightarrow y = \sqrt{1 - y^2} \rightarrow y^2 = 1 - y^2 \rightarrow 2y^2 = 1 \rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(۶) الف) $|y| = x \rightarrow y = \pm x$ ✗ تابع است

ب) $y(y^2 + 2y + 3) = -x^3 - x$ ✓ تابع است

(۷) $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x^2 + 3x + 8} = \frac{-\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 3 + 6}{-\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 3 + 7} = \frac{10}{11} = \frac{5}{4}$ ۱/۲۵

۸

$f(x)=x^3+ax+b$ به ازای نقطه $\to b=-2$

$y=+3x-a$ به ازای نقطه $\to a=1$

بقیه تقاطع ها $\to x^3+x-2=3x-1 \to x^3-2x-1=0 \to (x+1)(x^2-x-1)$

$\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

$\frac{1+\sqrt{5}}{2}+\frac{1-\sqrt{5}}{2}=1$ ✓ (ب)

۹

$a+b=2a \to a=\frac{1}{3}$

$a-2b+1=a+b \to b=\frac{1}{3}$ ✓ (ب)

۱,۵

عبارت به ازای صفر $\to \frac{c+1}{3} \to c=2$

عبارت به ازای $\to \frac{-a+7}{b+3}=1 \to b+a=4$

$a+b+c=6$

---

۵ ب

$x=\frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \to \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}}=\frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \to \frac{y_1^2}{1-y_1^2}=\frac{y_2^2}{1-y_2^2}$

$\to y_1^2-y_1^2y_2^2=y_2^2-y_1^2y_2^2 \xrightarrow[\text{هم علامت}]{y_1,y_2} y_1=y_2 \to$ یک به یک تابع است

---

۶ ب

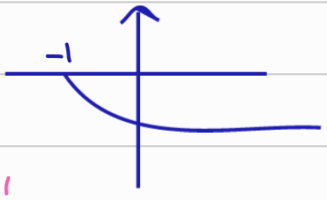
$y^3+3y^2+3y=-x^3-x \xrightarrow{+1} y^3+3y^2+3y+1=-x^3-x+1$

$(y+1)^3=-x^3-x+1 \to y+1=\sqrt[3]{-x^3-x+1} \to y=\sqrt[3]{-x^3-x+1}-1 \to$ تابع است!

---

۵ الف

$y=-\sqrt{x+1}$

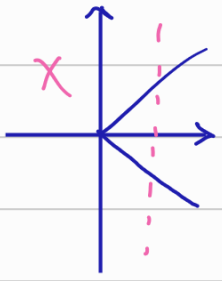


تابع است!

---

۶ الف

$|y|=x$



$x=1 \to y=\pm 1 \to$ مثال نقض ✓

تابع نیست!

۱۵

$$f(x)=\frac{4x^2-ax+c+1}{bx+3}=x \rightarrow 4x^2-ax+c+1=bx^2+3x$$

$c+1=0$, $-a=3$, $b=4$

$(3+a)x=0 \rightarrow a=-3$

$c+1=0 \rightarrow c=-1$ $\rightarrow a+b+c=4-1-3=0$

۱۷

$$f(x)=\frac{x^2+4x+5}{x^2+3x+7}=\frac{x^2+4x+4+1}{x^2+6x+9+3}=\frac{(x+2)^2+1}{(x+2)^2+3}$$

$$f(\sqrt{3}-2)=\frac{(\sqrt{3}-2+2)^2+1}{(\sqrt{3}-2+2)^2+3}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$